

Прогнозування деформацій в зоні впливу мостового переходу на підставі запропонованої математичної моделі заплавного потоку

О. С. Славінська, А. О. Цинка, І. В. Башкевич

Для розробки методів прогнозування деформацій на заплавних ділянках в зоні впливу мостових переходів розроблена математична модель зависенесного потоку з трав'яною рослинністю. Задача розрахунку гідродинамічних полів швидкостей та тиску в штучно стиснутих потоках відносяться до теорії мілкої води, оскільки вертикальний розмір (глибина потоку) суттєво менший від горизонтальних розмірів, довжини та ширини. Відповідно до цього запропонована модель ґрунтується на рівнянні розподілу швидкісної структури та глибини заплавного потоку в наближенні до двовимірних залежностей з урахуванням силових факторів. Силкові фактори обумовлюють опір при обтіканні рослинності на заплавних ділянках та опір розмиву дрібнозернистих ґрунтів.

Для отримання однозначного розв'язку розглядуваної задачі до представленої замкнутої системи вихідних рівнянь додані граничні і початкові умови. Ці умови дозволяють визначити рівень вільної поверхні потоку та зону впливу мостового переходу на різних етапах проходження розрахункового паводка. За скінченно-різницеви аналогами рівнянь переносу розраховано розподіл швидкостей та глибин в розрахункових створах. За допомогою ітерацій визначено поздовжню швидкість в усталеному заплавному потоці з елементами рослинності. Отримані результати розрахунку розмиву на заплавних ділянках підмостового русла рівнинної річки Сіверський Донець. Глибина заплавного потоку після розмиву визначається на основі співвідношень дійсної та нерозмивної швидкостей. При порівнянні з початковими донними відмітками розмив більшої заплави становить 0,96 м, меншої заплави – 1,28 м.

Запропоноване науково-обґрунтоване рішення з забезпечення оптимальної взаємодії заплавних потоків з мостовими переходами вносить певний вклад в підвищення надійності їх функціонування за рахунок якості проектних робіт та відповідного зниження будівельно-експлуатаційних витрат

Ключові слова: зона впливу моста, мостовий перехід, рослинність на заплавах, зависенесний потік, деформації на заплавах, заплавний потік, моделі турбулентності

1. Вступ

Підтвердженням актуальності досліджень служить аналіз руйнувань мостових переходів, які зазнають найбільшої шкоди від стихійного лиха – високих повеней. Деформації річища, заплавних ділянок, розмиви проміжних опор та стоянів можуть досягати таких критичних розмірів, що стають основною причиною аварій на мостах. Основна вимога до мостового переходу, як до однієї з найважливіших складових дорожньо-транспортної галузі, – найкраще обслуговування пере-

везень. Мостовий перехід містить у собі комплекс складних і дорогих споруд, витрати на будівництво та експлуатацію яких залежать від вибору місця переходу, правильного призначення конструкцій, їхніх генеральних розмірів.

В свою чергу, мостові переходи відносяться до такої категорії споруд, які порушують природні форми русла та створюють своїми зовнішніми контурами додаткове вихроутворення. Споруди, охоплюючи не тільки русло річки, а й частини заплав, призводять до таких змін поля швидкостей, при яких транспортуюча здатність потоку розподіляється дуже нерівномірно. Після перекриття частини заплав по ширині насипами підходів вода почне притікати до мосту, через стислий перетин річки прохідимуть збільшені витрати води.

На заплавах ділянках відбувається територіальний перерозподіл водних ресурсів, виникає проблема у регулюванні стоку, прогнозуванні пропускної здатності і розвитку деформацій. Фактори, що обумовлюють розвиток розмивів на заплавах ділянках, кардинально відрізняються від відповідних процесів у руслах. На відміну від русла, заплави мають значний рослинний покрив. Рослинність працює за принципом гасника швидкостей та зумовлює додаткову турбулентність в нижній зоні. Швидкості на заплаві ділянці, а отже і потенціальна енергія потоку, будуть значно меншими ніж в руслі через меншу витрату.

Геоморфометрія заплавах ділянок характеризується наявністю значної рослинності, намулків від попередніх повеней та паводків і обумовлює генетичну несхожість з руслами.

Заплава представлена рослинним ґрунтом у верхній своїй частині, а в нижній зоні велика ймовірність присутності піщаних та супіщаних ґрунтів. Заплавний потік, як і русловий, є гетерогенним, насиченим зависсю, що за рахунок гасіння швидкості потоку буде осідати на дні. Під час паводку швидкість буде наростати, а рослинний ґрунт, як правило, не має достатніх механічних властивостей щоб опиратися деструктивним процесам. Значний же час протікання паводку зумовлює вирівнювання відміток дна русла та низу заплави.

В результаті цієї взаємодії можна спостерігати звуження русла та утворення нових заплав або розширення русла за рахунок розмиву заплави. Для мостових переходів небезпечними є саме ерозійні процеси.

Правильне призначення розмірів споруд мостового переходу, зокрема ширини отвору, як домінуючої характеристики, залежать від умов їх роботи, прогнозу можливого притоку води до мосту і неминучих руслових та заплавах деформацій.

Існуючі методики розрахунку розмивів в зоні впливу мостового переходу в неповній мірі враховують процеси, що протікають на заплавах ділянках. Розмиви на двох характерних частинах отвору моста відбуваються з різних причин. Неврахування характерних відмінностей роботи заплавної та руслового потоків приводить до викривлення результатів та до неправильної оцінки ситуації. Русловий потік, що затоплює заплаву у період паводку, насичений часточками твердої фази, а отже є неоднорідним. В сучасних методиках не враховується взаємодія неоднорідного потоку з рослинним покривом, котрий суттєво впливає на формування потоку, а також на розмивні процеси всередині нього.

Ця проблема досить суттєва, адже рельєф заплавних ділянок є сприятливим для розміщення мостового переходу.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Мостові переходи – найпоширеніші транспортні споруди на автомобільних дорогах загального користування. Їх вагомість, як відзначено в роботі [1], за техніко-функціональним станом та кошторисною вартістю суттєво велика у порівнянні з більшістю елементів дороги. Актуальний стан таких транспортних споруд оцінити дуже складно. Це пов'язано з багатьма факторами. Одночасний вплив таких процесів, як неусталений рух водного середовища і річкових структур; наявність значних областей з вирами; переформування руслових та заплавних форм в процесі деформацій призводить до розвитку загальних та місцевих розмивів у зоні впливу мостових переходів. З метою дослідження руйнівного впливу стихійних повеней, як наслідків зміни клімату, в роботі [2] представлено лабораторне дослідження фізичної моделі – ділянки річкового потоку з мостовим переходом. На основі проведених досліджень зроблено висновок щодо суттєвого впливу мостового переходу за рахунок перекриття заплавного потоку, відповідного переформування та збільшення швидкостей, посилення інтенсивності переносу наносів в руслі, але не розглядаються деформаційні процеси на заплавах. Це пов'язано з проблемою моделювання таких потоків в лабораторних умовах.

Дослідження водного режиму, визначення концентрації зважених наносів в умовах екстремальних кліматичних явищ, які суттєво відобразилися на гідрологічному стані річкової системи, представлені в роботі [3]. Але це не дозволяє в повній мірі розкрити механізм деформацій, як в руслах, так і на заплавах, та, відповідно, провести більш об'єктивну кількісну оцінку ступеня впливу на цей процес різних факторів.

Фактична швидкість течії води на заплаві менше від руслової та, відповідно, і за розмивну. Грунтові частинки переважно знаходяться в нерухомому стані. Розмив на цій ділянці розпочнеться тільки при умові, якщо швидкість потоку перевищить нерозмивну для частинок наносів. Особливості рельєфу заплав та переходу річкового потоку на заплаву, розмиви берегів, умови формування заплавного потоку проаналізовані в роботі [4].

Великі заплави мають множинні і складні рельєфні утворення, рівень поверхні яких змінюється на різних масштабах. В западинах, під час повені, формуються заплавні потоки та створюються заболочені ділянки. В роботі [4] проаналізовано зони взаємодії річкового та заплавного потоку, особливості зміни рельєфу заплави через ерозію та осідання намулку на певних ділянках. Але не розглянуто питання щодо впливу гідротехнічних споруд або забудов на зміни рельєфних утворень заплав особливо під час проходження повені або паводку.

Поверхня заплави сформована в попередні періоди. Беручи це до уваги, дослідників цікавить пропускну здатність зарослих ділянок заплав. Вивчення зміни морфологічних процесів, конфігурації звивистого русла річки в умовах зарослих заплав під час повені на основі двовимірної моделі наведено в роботі [5]. Та слід зазначити, що запропоновані рішення мають в більшості емпірич-

ний характер, а у рівняннях руху потоку визначається узагальнений член, що враховує гідравлічний опір поверхні заплави.

Створення цифрової моделі річки з урахуванням топографічних та морфометричних змін дозволило авторам роботи [6] отримати штучний ландшафт річкової системи. Запропоновані морфодинамічні та стохастичні підходи засновані на узагальненні природних кількісних закономірностей змін ландшафту та не дозволяють визначати величини розмивних деформацій руслової і заплавної частин отвору мосту.

Згідно наведених в [7] результатів лабораторних досліджень з рухомим шаром рослинності, швидкість розвитку деформацій, формування заплавного потоку та рельєфу самих заплав обумовлені розподілом, ростом та походженням рослинності. Відсутність рослинності сприяє формуванню потоку з найменшою звивистістю, річкова рослинність уповільнює розвиток деформацій на заплавах та сприяє поглибленню русла. Рослинність різнорідного походження на одній заплаві сприяє осіданню намулку та розвитку деформацій на другій, збільшує звивистість русла, створює умови для розвитку нових заплав та островів.

Дослідження шорсткості на заплавних ділянках в залежності від типу та параметрів рослинності проводилося в роботі [8]. Порівняння повітряних та водних умов показало, що шорсткість значно зменшується на затоплених ділянках, що обумовлено їх гідравлічними умовами, видаленням рослинності та розвитком деформацій на заплавах.

Вплив заплавної рослинності на річкові форми в плані та транспортуючу здатність заплавного потоку було досліджено в роботі [9] за допомогою 2D морфодинамічної моделі з підмоделями для стійкості до потоку та розподілу рослин. Складові опору потоку поділені на опір ґрунту та опір рослинності. Вплив типу, конфігурації та щільності заплавної рослинності на транспортування та осідання річкової зависі, розвиток деформацій на заплавах наведено в роботі [10].

Будь-яка аналітична апроксимація для визначення величин як загальних, так і місцевих розмивів на заплаві, з урахуванням розподілу швидкості всередині шару рослин, а саме в зоні впливу мостових переходів, у сучасній науковій літературі поки що не виявлена. Це пов'язано зі складністю моделювання деформаційних процесів на заплавах та відсутністю однозначного розв'язку основних рівнянь гідродинаміки.

3. Мета та задачі дослідження

Мета роботи полягає в розробці методу прогнозування деформацій на заплавах в зоні впливу мостового переходу на основі запропонованої математичної моделі зависених потоків, з урахуванням наявності елементів рослинності.

Для досягнення мети роботи необхідно вирішити наступні задачі:

– проаналізувати та визначити силові фактори, які враховують опір розмиву дрібнозернистих ґрунтів та опір при обтіканні рослинності на заплавних ділянках;

– розробити математичну модель для зависеного заплавного потоку з трав'яною рослинністю з дотриманням узгодженості з полем тиску;

- сформулювати початкові і межові умови для реалізації запропонованої математичної моделі заплавного потоку з елементами рослинності;
- провести розрахунок деформацій на заплавних ділянках рівнинної річки в зоні впливу мостового переходу за запропонованою математичною моделлю.

4. Математична модель зависенесного потоку з трав'яною рослинністю для прогнозування розподілу глибин і швидкостей на заплаві

4. 1. Вихідні рівняння

Основою для розробки математичної моделі руху заплавного потоку в зоні впливу мостового переходу є рівняння динаміки реальної рідини в „напруженнях”, або, що теж саме, рівняння Нав'є-Стокса. Для отримання рівнянь осередненого турбулентного руху Рейнольдсом запропонований прийом заміни актуальних швидкостей V_i та тиску p на осереднені \bar{V}_i , \bar{p} та пульсаційні V'_i , p'_i [11–14]. Ці рівняння відрізняються від рівняння Нав'є-Стокса наявністю додаткового тензора турбулентних або рейнольдсових напружень $\overline{V'_i V'_j}$. Для практичних цілей і зручності роботи рівняння Рейнольдса доцільно представити в скалярній формі через проєкції на осі декартових координат з урахуванням вищенаведеного зі знехтуванням в'язких напружень $\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$:

$$\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial t} + \bar{V}_j \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{V}_i \bar{V}_j'}{\partial x_j} - g_i - \sum \bar{f}_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2)$$

де x_i ($i=1,2,3$) – координати; ρ_{LS} – густина води, кг/м³; g – прискорення вільного падіння, м/с²; $\sum \bar{f}_i$ – сума масових сил.

У розгорнутій формі рівняння (1) та (2) запишуться наступним чином:

$$\frac{\partial \bar{V}_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_3}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_1^2'}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_1' \bar{V}_2'}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_1' \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \bar{f}_{P1}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{V}_2}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_2^2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_3}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_2' \bar{V}_1'}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_2^2'}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_2' \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \bar{f}_{P2}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{V_3}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{V_3 V_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{V_3 V_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{V_3^2}}{\partial x_3} = \\ = - \frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_3} - \frac{\partial \overline{V_3' V_1'}}{\partial x_1} - \frac{\partial \overline{V_3' V_2'}}{\partial x_2} - \frac{\partial \overline{V_3'^2}}{\partial x_3} - g - \overline{f_{Ch}} - \overline{f_{P3}}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \overline{V_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{V_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{V_3}}{\partial x_3} = 0. \quad (6)$$

де f_{Ch} – сила зчеплення або сила опору відриву зерна ґрунту; f_{Pi} – сила опору рослинності; g – проекція об'ємної сили на вісь x_3 .

Наведена система рівнянь турбулентного руху, які описують гідродинамічне поле швидкостей, тиску в водостоках, є незамкненою, тому її інтегрування та числова реалізація дискретних аналогів пов'язані з великими труднощами. Для розв'язування прикладних задач гідродинаміки переважно використовують наближені математичні моделі течій, в яких враховують тільки головні, визначальні фактори, а дією другорядних, як правило, нехтують.

4. 2. Визначення силових факторів опору розмиву ґрунтів та обтікання рослинності на заплавах ділянках

За результатами досить великої кількості експериментальних досліджень [12], властивості дна зависенесного потоку залежать від процесу кольматації. Річковий зависенесний потік при впливі на дно з часом кольматує його. Кольматація, у результаті заповнення пор між зернами піску та каміння колоїдним намулком, перетворює незв'язне дно у зв'язне. У результаті кольматації вирівнюються та згладжуються нерівності дна, а також збільшується зчеплення зерен донного ґрунту.

Сила зчеплення – це один з факторів, від якого залежить підвищення опору розмиву дрібнозернистих ґрунтів (діаметром менше 0,1–0,15 мм), відкладених, як правило, на заплавах ділянках рівнинних річок. Згідно проведених у роботі [12] досліджень, силу опору відриву множини часток можна визначити за залежністю:

$$\overline{F}_{Ch} = \frac{k_{Cp} C_{Ch} \cdot \overline{S} g}{C_{\Phi 1} D}, \quad (7)$$

де k_{Cp} – межа втомленості розриву зв'язних ґрунтів, за експериментами [12]; C_{Ch} – зчеплення ґрунту у стані повного водонасичення, кг/м²; \overline{S} – розподіл зважених наносів по вертикалі або мутність потоку, формула для визначення наведена далі; $C_{\Phi 1}$ – перший коефіцієнт форми частки наносів, дорівнює відношенню об'єму частки до діаметра рівновеликого шару у третьому ступені; D – діаметр частинок наносів, м.

Поверхня заплавної частини переважно покрита рослинністю, різною за густістю та розмірами заростів, що впливає на пропускну здатність заплави. Сила опору рослинності, згідно [13], визначається за залежністю:

$$\overline{f_{Pi}} = \frac{C_X s_p}{2V} \left(\overline{V^2 V_i} + \overline{V_j V_j' V_i'} \right), \quad (8)$$

де $V = \sqrt{\sum_{i=1+3} V_i^2}$ – актуальна швидкість; C_X – коефіцієнт опору, який визначають за експериментальними дослідженнями, для випадку опору рослинності, згідно [13]; s_p – загальна міделева площа, яка розподілена у об'ємі шару, визначається за залежністю:

$$s_p = \frac{D_{ст.} \Delta z_{ст.}}{\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3}, \quad (9)$$

де $D_{ст.}$ – діаметр стебла рослини, що обтікається, $D_{ст.} = 7 \cdot 10^{-3}$ м; $\Delta z_{ст.}$ – частина стебла рослини, що обтікається, за висотою, м.

Задачі розрахунку гідродинамічних полів швидкостей та тиску в проривних та штучно стиснутих потоках відносяться до задач теорії мілкої води, оскільки вертикальний розмір (глибина потоку) суттєво менша від горизонтальних розмірів, довжини та ширини. Це дозволяє розглядувати розподіл середніх за глибиною швидкостей в двовимірній постановці.

4. 3. Розробка математичної моделі заплавного потоку з дотриманням узгодженості з полем тиску

Наведемо рівняння розподілу швидкісної структури та глибини заплавного потоку в наближенні до двовимірних. Ці рівняння отримаємо із загальних тривимірних рівнянь гідродинаміки (3)–(6) шляхом інтегрування останніх по вертикалі від відмітки дна z_0 до вільної поверхні H , тобто по глибині потоку $h=H-z_0$.

Скориставшись способом та позначеннями, які наведені в роботах [11, 18], середнє за глибиною значення будь-якої змінної функції – характеристики потоку $\Phi(x_1, x_2, x_3, t)$ позначено ламаними дужками:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{h} \int_{z_0}^H \Phi dx_3. \quad (10)$$

При інтегруванні за глибиною доданків, які містять похідні по горизонтальним координатам та за часом, були використані властивостями інтегралів, які залежать від параметрів [11].

Інтегруючи рівняння (5), в результаті отримано закон розподілу осередненого гідростатичного тиску по вертикалі, який використаний при інтегруванні рівнянь (3) та (4).

Для цього обмежимося випадком усталеного руху. Враховуючи, що розглядається задача теорії мілкої води, тобто $h \ll L$, складовими, які мають порядок похідних величин $\langle \bar{V}_i \rangle$ і їх квадратів та виражають турбулентні напруження, можна знехтувати. На поверхні потоку виконується очевидна умова, що $\bar{V}'_{3H} = 0$. При $\bar{V} \approx \bar{V}_1$ або $\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}} \approx 1$ розподіл тиску в потоці запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} \bar{p} = & \bar{p}_H + \bar{\rho}_{LS} g (H - x_3) - \bar{\rho}_{LS} \bar{V}_3^{2''} - \\ & - \frac{C_{x_s p}}{2} \bar{\rho}_{LS} \langle \bar{V}_1' \bar{V}_3' \rangle (H - x_3) - \frac{k_{cp} C_{ch} \cdot \langle \bar{S} \rangle g}{C_{\phi 1} D} (H - x_3). \end{aligned} \quad (11)$$

Розподіл зважених наносів по вертикалі, мутність потоку визначається, як правило, за формулою Рауза [11]

$$\bar{S}(x_3) = \bar{S}(z) \left(\frac{h - x_3}{x_3} \frac{z}{h - z} \right)^{\frac{W_z}{\kappa U_\tau}},$$

де W_z – гідравлічна швидкість, κ – параметр Кармана $\kappa = 0,435$, U_τ – динамічна швидкість $U_\tau = \sqrt{ghI_{x_1}}$, I_{x_1} – уклон вільної поверхні потоку.

Для розрахунку за цією формулою необхідно знати придонний вміст наносів $\bar{S}(z)$. Однак величину $\bar{S}(z)$ повинна була б давати раціонально побудована теорія руху тягнених наносів, але такої теорії поки не існує. Певним кроком в усуненні вище відміченого недоліку існуючих теорій донних наносів дає методика, яка розглянута в роботі [2], де наведені залежності для визначення питомої витрати зважених наносів. Таку залежність $q_{вз} = \int_{\Delta}^h \bar{V} \bar{S} dx_3$ можна представити як $q_{вз} = \langle \bar{V} \bar{S} \rangle h$,

тоді залежність для визначення осередненої мутності $\langle \bar{S} \rangle$ матиме вигляд:

$$\langle \bar{S} \rangle = FS_0, \quad (12)$$

де S_0 – відлікова концентрація донних наносів, визначається за методикою [2]; F – фактор, який враховує параметр зважування частинок наносів, визначається за методикою [2].

Приймаючи $\bar{p}_H = \text{const.}$, тобто виключаючи із розгляду бароклінні течії, підставивши значення \bar{p} із рівняння (11) та \bar{f}_{P1} , \bar{f}_{P2} із (12) у формули (3) та (4) у поздовжньому і поперечному напрямках, отримаємо рівняння:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{V}_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_3}{\partial x_3} = \\
& = -g \frac{\partial h}{\partial x_1} - \frac{C_x s_p}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} h \langle \bar{V}_1' \bar{V}_3' \rangle - \frac{k_{cp} C_{ch} \cdot g}{C_{\Phi 1} D \rho_{LS}} \frac{\partial}{\partial x_1} h \langle \bar{S} \rangle - \\
& - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\bar{V}_1^{2'} - \bar{V}_3^{2'} \right) - \frac{\partial \bar{V}_1' \bar{V}_2'}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_1' \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \\
& - \frac{C_x s_p}{2} \left(\bar{V}_1^2 + \bar{V}_1^{2'} + \frac{\bar{V}_2}{V_1} \bar{V}_2' \bar{V}_1' + \frac{\bar{V}_3}{V_1} \bar{V}_3' \bar{V}_1' \right).
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{V}_2}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_2^2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_3}{\partial x_3} = \\
& = -g \frac{\partial h}{\partial x_2} - \frac{C_x s_p}{2} \frac{\partial}{\partial x_2} h \langle \bar{V}_1' \bar{V}_3' \rangle - \frac{k_{cp} C_{ch} \cdot g}{C_{\Phi 1} D \rho_{LS}} \frac{\partial}{\partial x_2} h \langle \bar{S} \rangle - \\
& - \frac{\partial \bar{V}_2' \bar{V}_1'}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\bar{V}_2^{2'} - \bar{V}_3^{2'} \right) - \frac{\partial \bar{V}_2' \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \\
& - \frac{C_x s_p}{2} \left(\bar{V}_1 \bar{V}_2 + \bar{V}_1' \bar{V}_2' + \frac{\bar{V}_2}{V_1} \bar{V}_2^{2'} + \frac{\bar{V}_3}{V_1} \bar{V}_3' \bar{V}_2' \right).
\end{aligned} \tag{14}$$

Помножимо рівняння (13) і (14) на dx_3 та проінтегруємо за глибиною та оцінимо порядок доданків, користуючись способом та оцінкою наведеними в роботі [11].

Перед інтегруванням нелінійних доданків рівнянь виду $\frac{\partial \bar{V}_i^2}{\partial x_i} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{V}_i \bar{V}_j; i, j = 1, 2 \right)$, які виражають інерційні сили, обумовлені конвективним прискоренням, необхідно врахувати, що в реальному потоці спостерігається нерівномірність розподілу швидкостей по вертикалі та в результаті інтегрування за глибиною потоку в доданках з'являються коефіцієнти, що враховують цю нерівномірність. Для отримання значень та фізичного змісту вказаних коефіцієнтів представимо локальну швидкість V_i у вигляді:

$$\bar{V}_i = U_i + u_i, \tag{15}$$

де $u_i = \bar{V}_i - U_i \neq 0$ – відхилення локальної швидкості \bar{V}_i від осередненої за глибиною U_i .

Причому величина u_i повинна тотожно відповідати умові:

$$\langle u_i \rangle = \frac{1}{h} \int_{z_0}^H u_i dx_3 = 0. \quad (16)$$

Тоді, згідно [11], коефіцієнт, який враховує нерівномірність розподілу швидкостей на вертикалі та приймає значення більше одиниці, тобто $\alpha_h > 1$ до-

$$\text{рівнює } \alpha_h = 1 + \frac{\int_{z_0}^H u_i^2 dx_3}{U_i^2 h}.$$

Інтегрування доданків, що містять похідні турбулентних напружень за вертикальною координатою x_3 , дасть наступне:

$$\int_{z_0}^H \frac{\partial \bar{V}_i' \bar{V}_3'}{\partial x_3} dx_3 = \int_{z_0}^H d(\bar{V}_i' \bar{V}_3') = (\bar{V}_i' \bar{V}_3')_H - (\bar{V}_i' \bar{V}_3')_{z_0}. \quad (17)$$

Тобто різницю дотичних турбулентних напружень, що діють на вільній поверхні $\tau_{iH} = (\bar{V}_i' \bar{V}_3')_H$ та на дні потоку $\tau_{iz_0} = (\bar{V}_i' \bar{V}_3')_{z_0}$.

Після інтегрування рівнянь руху (13) та (14) представимо двовимірні рівняння. При цьому будемо нехтувати доданками вищого порядку мализни у порівнянні з основними доданками $\frac{V^2 h}{L}$ і $\frac{\tau h}{L}$. Порядок доданків сили опору рос-

линності $\frac{C_x s_p h}{2} \frac{\partial \langle \bar{V}_1'' \bar{V}_3'' \rangle}{\partial x_1} \approx \frac{h \tau}{L}$ і сили тертя на дні та вільній поверхні τ_{iH} , τ_{iz_0}

($i = 1, 2$) залежать від конкретних умов задачі та в загальному випадку можуть бути сувимірними з порядком вище основних доданків. Тому ці доданки також будуть присутніми в кінцевих двовимірних рівняннях руху. Прийемо:

$$N_p = \frac{C_x s_p}{2}, \quad N_{Ch} = \frac{k_{Cp} C_{Ch} \cdot g}{C_{\Phi 1} D \rho_{LS}}. \quad (18)$$

Двовимірні рівняння руху після ділення на h та з врахуванням (18) запишуться у вигляді:

– рівняння кількості руху (в напрямленні на вісь X_1) –

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_1}{\partial t} + \alpha_h \left[\frac{\partial U_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1 U_2}{\partial x_2} \right] &= - \left(g + N_p \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle - N_{Ch} \langle \overline{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_1} - \\
-h \left(N_p \frac{\partial \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle}{\partial x_1} + N_{Ch} \frac{\partial \langle \overline{S} \rangle}{\partial x_1} \right) &- \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\langle \overline{V_1^{2'}} \rangle - \langle \overline{V_3^{2'}} \rangle \right) - \frac{\partial \langle \overline{V_1' V_2'} \rangle}{\partial x_2} - \\
-\frac{1}{h} \left[\left(\overline{V_1' V_3'} \right)_H - \left(\overline{V_1' V_3'} \right)_{z_0} \right] &- N_p \left[\alpha_h U_1^2 + \langle \overline{V_1^{2'}} \rangle + \frac{U_2}{U_1} \langle \overline{V_2' V_1'} \rangle \right],
\end{aligned} \tag{19}$$

рівняння кількості руху (в напрямленні на вісь X_2) –

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_2}{\partial t} + \alpha_h \left[\frac{\partial U_1 U_2}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2^2}{\partial x_2} \right] &= - \left(g + N_p \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle + N_{Ch} \langle \overline{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_2} - \\
-h \left(N_p \frac{\partial \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle}{\partial x_2} + N_{Ch} \frac{\partial \langle \overline{S} \rangle}{\partial x_2} \right) &- \frac{\partial \langle \overline{V_2' V_1'} \rangle}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\langle \overline{V_2^{2'}} \rangle - \langle \overline{V_3^{2'}} \rangle \right) - \\
-\frac{1}{h} \left[\left(\overline{V_2' V_3'} \right)_H - \left(\overline{V_2' V_3'} \right)_{z_0} \right] &- N_p \left[\alpha_h U_1 U_2 + \langle \overline{V_1' V_2'} \rangle + \frac{U_2}{U_1} \langle \overline{V_2^{2'}} \rangle \right],
\end{aligned} \tag{20}$$

рівняння нерозривності –

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U_1 h}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2 h}{\partial x_2} = 0. \tag{21}$$

Розрахунок усталених двовимірних течій на заплавах з трав'яною рослинністю проводиться з метою прогнозування розподілу середніх за глибиною швидкостей та глибин по ширині потоку. Рівняння розподілу середніх за глибиною швидкостей та глибин можливо отримати із динамічних двовимірних рівнянь (19)–(21), якщо в останніх прийняти, $U_1 = U$, $U_2 \approx 0$ та використати умову стаціонарності $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. У результаті осереднення турбулентних характеристик за гли-

биною потоку в двовимірних рівняннях (19), (20) присутні доданки $\frac{\partial \langle \overline{V_i' V_j'} \rangle}{\partial x_i}$ та

$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\langle \overline{V_i^{2'}} \rangle - \langle \overline{V_3^{2'}} \rangle \right)$, де ($i = 1, 2$) що виражають вклад дотичних та нормальних напружень в динамічний баланс імпульсу сил в двовимірних течіях.

На відміну від рівнянь тривимірних турбулентних течій, в двовимірних рівняннях вплив нормальних турбулентних напружень на формування двовимірних течій виражається лише різницею середніх за глибиною нормальних напружень по вертикальному та горизонтальному напрямках. В роботі [11] був

проведений аналіз оцінки значень різності дисперсії вертикальної пульсаційної компоненти швидкості $\overline{V_3^{2'}}$ та дисперсій поздовжньої і поперечної компонент швидкості $\overline{V_1^{2'}}$ і $\overline{V_2^{2'}}$. Це дозволяє при розгляді задач в рамках двовимірної ідеалізації реальних течій обґрунтувати припущення щодо нехтування нормальними турбулентними напруженнями.

Наявність в рівняннях турбулентних напружень приводить до необхідності апроксимації за допомогою певних співвідношень та моделей турбулентності членів турбулентного переносу.

У деяких випадках є достатнім лише наближений опис турбулентності. Так, в задачах про великі водні маси значення турбулентної в'язкості приймається постійним [11]. Більш складні моделі в таких задачах себе не виправдовують через значні невизначеності в завданні межових умов та погрешностей в числових рішеннях.

Для розрахунку двовимірних течій необхідно виразити величини дотичних та нормальних турбулентних напружень, які діють між струминками двовимірних течій, через швидкість U . Значення $\langle \overline{V_i'V_j'} \rangle$, $\langle \overline{V_i^{2'}} \rangle$ будемо визначати, як прийнято в роботах [11], ґрунтуючись на гіпотезі Буссінеска, та приймаючи турбулентну в'язкість ν_t пропорційною швидкості U , згідно [11]:

$$\nu_t = 2\Lambda U, \quad (22)$$

де Λ – коефіцієнт турбулентного обміну, $\Lambda = \frac{h}{2MC}$; C – коефіцієнт Шезі,

$C = \frac{Q_{f-p}}{B_{f-p} h_{\text{сер}}^{3/2} I^{1/2}}$; M – функція коефіцієнта Шезі, при $10 \leq C \leq 60$ $M = 0,7C + 6$, при $C > 60$ – $M = 48$; Q_{f-p} – витрата заплавного потоку; B_{f-p} – ширина заплавного потоку; $h_{\text{сер}}$ – середня глибина заплавного потоку.

Тоді на основі гіпотези Буссінеска з урахуванням формули (22) для двовимірної задачі:

$$\begin{aligned} -\langle \overline{V_1'V_2'} \rangle &= \Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2}, \quad -\langle \overline{V_1'V_3'} \rangle = \Lambda \frac{U^2}{h}, \\ -\langle \overline{V_1^{2'}} \rangle &= 2\Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_1}. \end{aligned} \quad (23)$$

Для розрахунку дотичних напружень на дні приймається квадратичний закон тертя [11] з урахуванням $U_1=U$, $U_2 \approx 0$:

$$\left(\overline{V_1'V_3'}\right)_{z_0} = \frac{C_f \overline{U^2}}{K_\Phi}, \quad \left(\overline{V_2'V_3'}\right)_{z_0} = 0. \quad (24)$$

де C_f – емпіричний коефіцієнт тертя, $C_f = \frac{n^2 g}{h^{1/3}}$; n – коефіцієнт шорсткості.

Для русел довільного перетину у вираз розрахунку локального значення сили тертя по дну необхідно вводити поправочний коефіцієнт K_Φ , який враховує форму русла. Доцільність введення коефіцієнту K_Φ наведено в роботах [11, 18]. Значення коефіцієнта K_Φ визначається за залежністю:

$$K_\Phi = \frac{C^2}{x_2 V_{\text{сєр}}^2} \int_0^{x_2} \frac{U^2}{C_h^2} dx_2, \quad (25)$$

де $V_{\text{сєр}}$ – середня швидкість, $V_{\text{сєр}} = Q_{f-p}/B_{f-p}$, C_h – коефіцієнт Шезі по висоті:

$$C_h = \frac{1}{n} h_{\text{сєр}}^{1/6}. \quad (26)$$

Для прогнозування розподілу глибин і швидкостей, враховуючи залежності для турбулентних напружень (23), після перетворень представимо усталені рівняння двовимірних течій на заплавах з трав'яною рослинністю:

– поздовжньої рівноваги потоку –

$$\begin{aligned} [\alpha_h - N_p 2\Lambda] 2U \frac{\partial U}{\partial x_1} = & - \left(g - N_p \Lambda \frac{U^2}{h} + N_{ch} \langle \bar{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_1} - \\ & - h \left(-N_p \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right) + N_{ch} \frac{\partial \langle \bar{S} \rangle}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2} \right) - \left[\frac{C_f}{h K_\Phi} + N_p \alpha_h \right] U^2, \end{aligned} \quad (27)$$

– поперечної рівноваги потоку –

$$\begin{aligned} \left(g - N_p \Lambda \frac{U^2}{h} + N_{ch} \langle \bar{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_2} = & - h \left(-N_p \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right) + N_{ch} \frac{\partial \langle \bar{S} \rangle}{\partial x_2} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2} \right) + N_p \Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2}, \end{aligned} \quad (28)$$

– рівняння нерозривності –

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = 0. \quad (29)$$

Для отримання однозначного розв'язку розглядуваної задачі, а саме визначення глибини потоку на заплаві після розмиву, до представленої замкнутої системи вихідних рівнянь необхідно додати граничні і початкові умови.

4. 4. Початкові і межові умови для реалізації запропонованої математичної моделі заплавного потоку

На границях розрахункової області, у вузлах, сусідніх з твердими поверхнями – дамбами мостового переходу, в якості межових умов використовується залежність для швидкості:

$$U_{i,j} = \frac{U_{\tau_{i,j}}}{\kappa} \ln \left((x_2)_c^+ E \right), \quad (30)$$

де E – коефіцієнт шорсткості [14]; $U_{\tau_{i,j}}$ – динамічна швидкість на заплавах; κ – параметр Кармана; $(x_2)_c^+$ – безрозмірна відстань від стінки [14], визначається за залежністю:

$$(x_2)_c^+ = \frac{\Delta x_2 U_{\tau_{i,j}}}{\nu}. \quad (31)$$

Безпосередньо на самих твердих поверхнях (стінці дамби, мостової опори), а також для випадку пологих берегів діє умова прилипання, тобто значення швидкості потоку приймається рівним нулю.

Гранична відмітка вільної поверхні H , як для випадку пологих берегів, так і для випадку вертикальних стінок (крутих берегів, мостових опор, дамб), визначається за допомогою лінійної екстраполяції [11] за значеннями відміток вільної поверхні внутрішніх точок розрахункової області:

$$h(x_1, x_2) = 2h(x_1, x_2 - 1) - h(x_1, x_2 - 2). \quad (32)$$

Всі розрахунки проводяться відповідно на кожній гілці повені або паводку, на певну добу. Будь які з наведених величин Φ_i розраховуються по поздовжній координаті для всього розрахункового створу (ряду значень), Φ_{ij} – розраховуються по двом координатам x_1, x_2 у вигляді числової матриці.

Визначення відміток вільної поверхні потоку на всіх розрахункових поперечниках проводиться в одномірній постановці на основі рівняння усталеного нерівномірного руху у відкритих руслах, ґрунтуючись на розв'язку, представленому в роботі [2]. Запропонований підхід до рішення задачі базується на методі Ю.В. Абрамова з використанням властивостей центральної струмини річ-

кового потоку в зоні штучного стиснення. Скінченно-різницевий аналог диференційного рівняння, яке описує зміну глибин потоку, має вигляд:

$$h_i - h_{i-1} = J(l_i - l_{i-1}) - JR \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-1} \right] \pm \pm \frac{Jh_r^{4/3} m^2}{2g} \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-2} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-2} \right], \quad (33)$$

де J – поздовжній похил дна; m – зворотна величина до коефіцієнту шорсткості русла n , $m = \frac{1}{n}$; R – параметр центральної струмини; h_r – глибина русла, м; l_i – поздовжня координата розрахункового створу, м; g – прискорення вільного падіння, м/с². Початкові умови: $h=h_0$ при $l=0$; $h=h_i$ при $l=l_i$.

4. 5. Послідовність розрахунку деформацій на заплавах рівнинної річки в зоні впливу мостового переходу

Запропонована система рівнянь (27)–(29) в комплексі з межовими умовами (30)–(33) розв’язується в наступній послідовності:

1. Вводяться вихідні дані для заплавного потоку, за необхідністю їх розрахунок, констант, межових умов, дані наведені в табл. 1. З метою скорочення об’єму вихідної інформації використовуються інтерполяційні поліноми, які дозволяють її скоротити у 2–3 рази.

2. Визначаються параметри розрахункової області, обумовлених зоною впливу мостового переходу. Обґрунтування меж зон стиснення і розтікання, побудова кривої вільної поверхні на мостових переходах, трансформація руслової витрати на мостових переходах проводяться за методами розрахунку, запропонованими в роботі [15].

Виконується розрахунок значень кривої вільної поверхні річкового потоку в зоні впливу мостового переходу за рівнянням (33). Обчислення проводять знизу вгору, починаючи зі створу повного розтікання, де всі гідравлічні характеристики потоку відомі, бо мають природні значення, третій доданок рівняння (33) береться зі знаком «+». При чому $l_{i-1}=0$ та l_i змінюється від 0 до l_{z_s} в зоні розтікання. Величина параметру центральної струмини в зоні розтікання дорівнює $R=R_{z_s}$. Значенню $l_i=l_{z_s}$ відповідає величина підмостового підпору.

Дійшовши до мостового створу, для продовження розрахунку в зоні стиснення необхідно замінити знак перед третім доданком на «-», надати величині h_{i-1} значення отриманої глибини під мостом, відстань прийняти $l_{i-1}=0$ та змінити величину параметру центральної струмини в зоні стиснення $R=R_{z_c}$. Значення l_i змінюється від 0 до l_{z_c} величини, що є відстанню від мосту до початку зони стиснення, де утворюється повний підпір під мостом.

Ґрунтуючись на рівнянні (33), проводять розрахунок похилу вільної поверхні річкового потоку:

$$I_{x_1} = \frac{h_i - h_{i-1}}{l_i - l_{i-1}} = J - \frac{JR}{l_i - l_{i-1}} \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-1} \right] \pm \pm \frac{Jh_r^{4/3} n^{-2}}{2g(l_i - l_{i-1})} \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-2} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-2} \right]. \quad (34)$$

3. Після отримання параметрів розрахункової зони в першому наближенні проводять розрахунок на основі уточнених вихідних даних: двовимірних матриць відміток дна та вільної поверхні річкового потоку. Ці матриці описують в повній відповідності до реальних умов конфігурацію дна та вільної поверхні. Розраховують розподіл швидкостей та глибин в розрахункових створах на заплавах ділянках за скінченно-різницевиими аналогами рівнянь (27), (28).

За допомогою ітерацій визначають поздовжню швидкість в усталеному заплавному потоці з елементами рослинності.

На заплавах потоках можна приймати $\frac{\partial h}{\partial x_1} = 0$ та проводити розрахунок за спрощеним рівнянням:

$$U_{i+1,j} = U_{i,j} - \frac{\Delta x_1}{[\alpha_h - N_p 2\Lambda] 2U_{i,j}} \times \left[h_{i,j} \left[-\frac{N_p}{\Delta x_1} \left[\left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i+1,j} - \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j} \right] + N_{Ch} \frac{\langle \bar{S} \rangle_{i+1,j} - \langle \bar{S} \rangle_{i,j}}{\Delta x_1} \right] - \left[-\frac{1}{\Delta x_2^2} \left[\Lambda_{i,j} (U^2)_{i,j+1} - (\Lambda_{i,j} + \Lambda_{i,j-1}) \times \right] \times (U^2)_{i,j} + \Lambda_{i,j-1} (U^2)_{i,j-1} \right] + \left[\frac{C_f}{h_{i,j} K_\Phi} + \alpha_h N_p \right] (U^2)_{i,j} \right]. \quad (34)$$

Визначають розподіл глибини в поперечних перетинах заплавного потоку:

$$h_{i,j+1} = h_{i,j} - \frac{\Delta x_2}{g - N_P \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j} + N_{Ch} \langle \bar{S} \rangle_{i,j}} \times$$

$$\times \left[h_{i,j} \left(-\frac{N_P}{\Delta x_2} \left[\left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j+1} - \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j} \right] + N_{Ch} \frac{\langle \bar{S} \rangle_{i,j+1} - \langle \bar{S} \rangle_{i,j}}{\Delta x_2} \right) + \right. \quad (35)$$

$$\left. -\frac{1}{2\Delta x_1 \Delta x_2} \left[\Lambda_{i+1,j} \left((U^2)_{i+1,j+1} - (U^2)_{i+1,j-1} \right) - \Lambda_{i,j} \left((U^2)_{i,j+1} - (U^2)_{i,j-1} \right) \right] - \right.$$

$$\left. -N_P \Lambda_{i,j} \frac{(U^2)_{i,j+1} - (U^2)_{i,j}}{\Delta x_2} \right]$$

Проводять розрахунок межових умов біля струмененапрямних дамб за залежністю (32).

Визначення глибин після розмиву виконують за співвідношенням:

$$h_{i,j}^{n+1} = \frac{h_{i,j}^n U_{i,j}}{U_{\text{нерозмі},j}}, \quad (36)$$

де $U_{\text{нерозмі},j}$ – нерозмивна швидкість ґрунту.

Виконують перевірку умови нерозривності згідно (29). При перевірці умови нерозривності обчислюють питомі витрати потоку на вертикалях $q_{f-pij} = U_{i,j} \cdot h_{ij}$. Після того обчислюють повну витрату шляхом підсумовування питомих витрат за кожним поперечним перерізом і множення на ширину розрахункової смуги $Q_{f-pi} = \sum_j q_{f-pij} \cdot \Delta B$, де $\Delta B = x_{2i} - x_{21}$. Обчислюють коефіцієнти

$k_i = \frac{Q_{f-pi}}{Q_{f-p0}}$, де Q_{f-p0} – витрата в початковому створі. Коректуються швидкості –

$U_{i,j}^{\text{II}} = \frac{U_{i,j}^{\text{I}}}{k_i}$, де I, II – номери відповідних наближень. При розрахунку швидкості

коректуються два рази. Необхідно проводити перевірку умови нерозривності, обчислюючи питомі витрати $q_{f-pij} = U_{i,j} \cdot h_{ij}$. Далі знов обчислюють швидкості

$U_{i,j}^{\text{II}} = \frac{U_{i,j}^{\text{I}}}{k_i}$. За корегованими швидкостями обчислюють питомі витрати, знов

знаходять коефіцієнти, які повинні дорівнювати одиниці. При необхідності можна збільшити кількість ітераційних циклів перевірки масивів величин. Кінцеву перевірку виконують за дискретним аналогом рівняння (29):

$$(U \cdot h)_{i,j} = \frac{(U \cdot h)_{i+1,j}}{\Delta x_1}. \quad (37)$$

Роблять перерахунок поздовжнього похилу водної поверхні заплави:

$$I_{x_1} = \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{\Delta x_1}. \quad (38)$$

Далі перераховуються в наступному наближенні величини витрат заплавних потоків в зоні стиснення та розтікання; коефіцієнт, який враховує нерівномірність розподілу швидкостей на вертикалі; коефіцієнт турбулентного обміну; коефіцієнт, який враховує опір елементів рослинності на заплаві; осереднена мутність по вертикалі $\langle \bar{S} \rangle$. За допомогою ітерацій визначають поздовжню швидкість в усталеному заплавному потоці з елементами рослинності та розподіл глибини в поперечних перетинах заплавного потоку до виконання умови нерозривності. Матриця відміток поверхні рельєфу дна заплави на розрахунковій області Z_{f-p} та матриця глибин заплавного потоку h_{f-p} оновлюються після кожної сходінки паводка.

5. Результати розрахунку розмивів на заплавах в зоні впливу мостового переходу

Розрахунок загального та максимального розмиву проведено на заплавних ділянках підмостового русла на р. Сіверський Донець біля с. Брусівка на автомобільній дорозі Т-05-14, км 83+575, Донецька область (Україна). Заплава переважно 2-стороння, чергується по берегах. Ґрунти мулисто-піщані та глинисті, на заболочених ділянках торф'яністі. Щорічно в період весняної повені та дощових паводків заплава затоплюється на глибину від 0,5 м до 3,3 м на 1–2 тижні, на пониженнях вода тримається на протязі 1–3 місяців. Запроектований автодорожній міст перетинає р. Сіверський Донець під кутом 26° , має довжину 297 м.

5.1. Розрахунок положення кривої вільної поверхні річкового потоку в зоні впливу мостового переходу

Для проведення розрахунку проводиться збір вихідних даних, які наведені у табл. 1, 2. Далі були визначені параметри зони впливу мостового переходу: довжина зони стиснення та зони розтікання.

На рис. 1, 2 наведено в першому наближенні глибину в зоні впливу мостового переходу та похил вільної поверхні річкового потоку. На 10 та 11 кроках чітко видно зміну глибини та похилу в створі мостового переходу.

Отримані початкові умови по довжині розрахункової ділянки (рис. 1, 2) в комплексі з межовими умовами (30)–(33) дозволяють розв'язати запропоновану систему рівнянь (27)–(29).

Таблиця 1
Вихідні дані розрахунку

№ п/п	Назва параметра	Позначка	Од. виміру	Примітки (у якому вигляді задається)
1	Поздовжній похил дна	J	–	0,00018
2	Середня відмітка дна русла	Z_r	м	143,7
3	Середня відмітка дна заплав	Z_{f-p}	м	146,64
4	Прискорення вільного падіння	g	м/с ²	9,81
5	Ширина розливу річки	B_{riv}	м	466,3
6	Середня ширина русла	B_r	м	58,11
7	Середня ширина більшої заплави	b_{f-pb}	м	212,26
8	Середня ширина меншої заплави	b_{f-ps}	м	149,08
9	Коефіцієнт шорсткості на заплавах	n	–	0,067
10	Ширина отвору мостового переходу	B_{br}	м	267

Таблиця 2
Вихідні параметри розрахункової області

Доба	Загальна витрата річки Q_{riv} , м ³	Руслова витрата Q_r , м ³	Рівень поверхні річки, Н,м	Глибина русла, h_r , м	Глибина заплави h_{f-p} , м
1,2	448	207,65	147,24	3,54	0,6
4	506	215	147,5	3,8	0,86
8,4	864	293,32	147,98	4,28	1,34
13,6	1193	368,08	148,27	4,57	1,63
18,8	1658	465,03	148,62	4,92	1,98
24,6	1992	534,73	148,83	5,13	2,19

Таблиця 3
Обчислені параметри розрахункової області

Доба	Природна питома витрата заплав, q_{f-p} , м	Коефіцієнт стиснення β_{br}	Довжина впливу мостового переходу R_{z-br} , м	Число Фруда F_r	Значення повного підпору, ξ	Довжина зони стиснення l_{z-c} , м	Довжина зони розтікання l_{z-s} , м	Параметри центральної струминни в зоні розтікання R_{z-s} , м	Параметри центральної струминни в зоні стиснення R_{z-c} , м
1,2	0,589	1,355	1194,8	0,01061	0,794	245,7	949,1	3621,6	937,5
4	0,713	1,391	1349,2	0,0095	0,823	239,5	1109,8	3950,5	852,4
8,4	1,398	1,476	1673,6	0,01578	0,7232	464,4	1209,3	3748,1	1439,3
13,6	2,021	1,51	1842,2	0,0224	0,613	713,7	1128,6	3341,3	2112,9
18,8	2,923	1,542	2035,0	0,0314	0,464	1090,3	944,7	2687,9	3102,1
24,6	3,57	1,556	2144,3	0,0379	0,355	1382,0	762,3	2133,2	3867,5



Рис. 1. Розрахунок глибин потоку h_i (1–10 крок – зона стиснення, 11–20 крок – зона розтікання потоку)

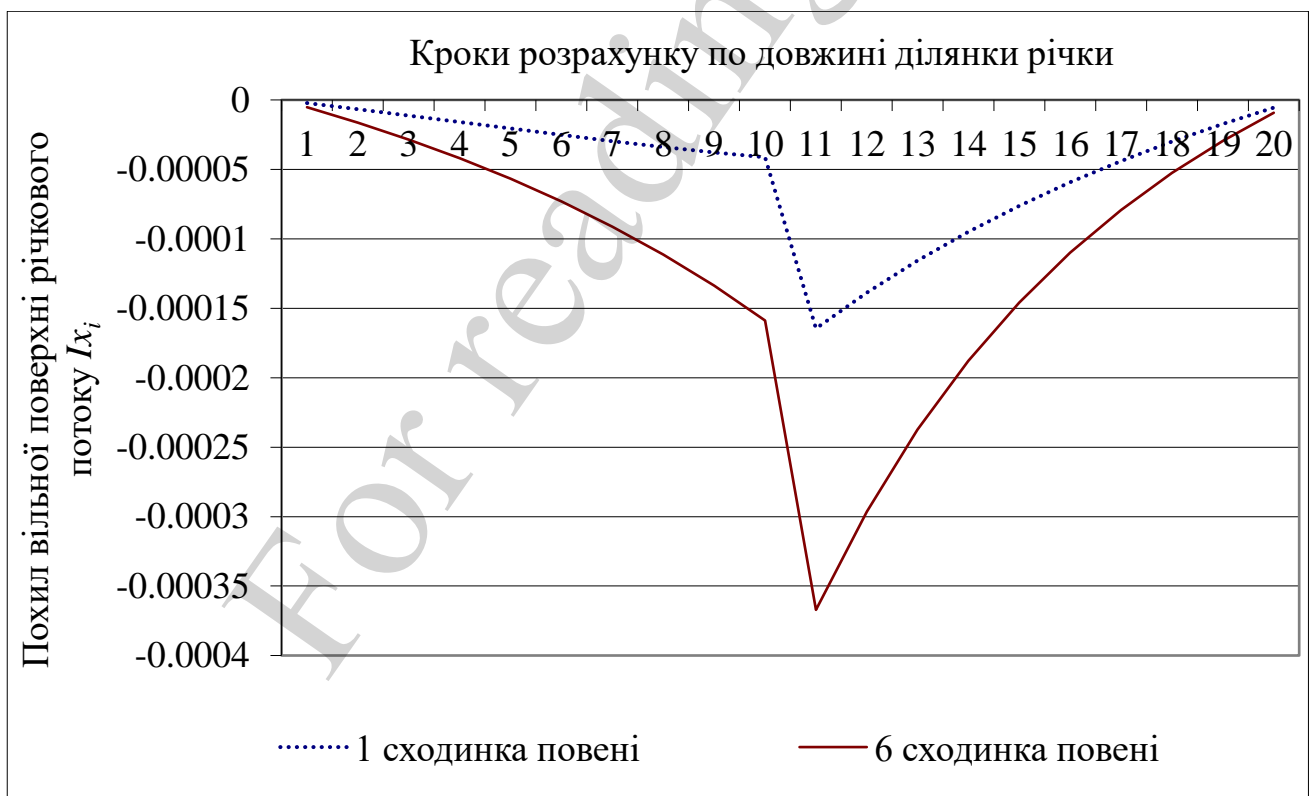


Рис. 2. Розрахунок похилу вільної поверхні річкового потоку Ix_i (1–10 крок – зона стиснення, 11–20 крок – зона розтікання потоку)

5. 2. Розрахунок деформацій на заплавах в зоні впливу мостового переходу

На основі визначених початкових умов (рис. 1, 2) та початкових відміток поверхні і глибин річкового потоку (рис. 3, 4) проводився розрахунок на ділянці р. Сіверський Донець довжиною 220 м, шириною 540 м. Розв'язок проводився на основі вихідних даних, наведених у табл. 4.

Були визначені гідродинамічні показники заплавних потоків від середньої швидкості (рис. 5), для дотримання умов нерозривності, до розрахунку глибин в поперечних перетинах (рис. 6) та відміток донної області після проходження паводку за розрахунковими сходами (рис. 7).

Таблиця 4

Вихідні данні для розрахунку розподілу поздовжніх швидкостей та глибин заплавного потоку

№ п/п	Назва параметра	Позначка	Од. вим.	Примітки (у якому вигляді задається)
1	Коефіцієнт кінематичної в'язкості води (в залежності від температури води)	ν	м ² /с	$115 \cdot 10^{-8}$
2	Густина води річкового потоку	ρ_{LS}	кг/м ³	998
3	Параметр Кармана	k	–	0,435
4	Середній або медіанний діаметр фракції ґрунту	d_m	мм	0,41
5	Щільність донного ґрунту	ρ_s	кг/м ³	2620
6	Гідравлічна швидкість	W_z	м/с	0,185 (визначена розрахунком)
7	Зчеплення ґрунту у стані повного водонасичення	C_{Ch}	кг/м ²	0,19
8	Функція коефіцієнта Шезі	M	–	при $10 \leq C \leq 60$ $M=0,7C+6$, при $C > 60$ – $M=48$
9	Коефіцієнт для визначення сили зчеплення	k_{Ch}	–	0,035
10	Перший коефіцієнт форми частки наносів	$C_{\Phi 1}$	–	$\pi/6$
11	Коефіцієнт опору рослинності	C_X	–	0,4
12	Висота рослинності	$h_{росл.}$	м	1,5
13	Діаметр стебла рослини, що обтікається	$D_{ст.}$	м	$7 \cdot 10^{-3}$
14	Частина стебла рослини, що обтікається за висотою	$\Delta z_{ст.}$	м	якщо $h_{росл.} > h_{f-p}$, ТОДІ $\Delta z_{ст.} = h_{f-p}$, якщо $h_{росл.} < h_{f-p}$, ТОДІ $\Delta z_{ст.} = h_{росл.}$

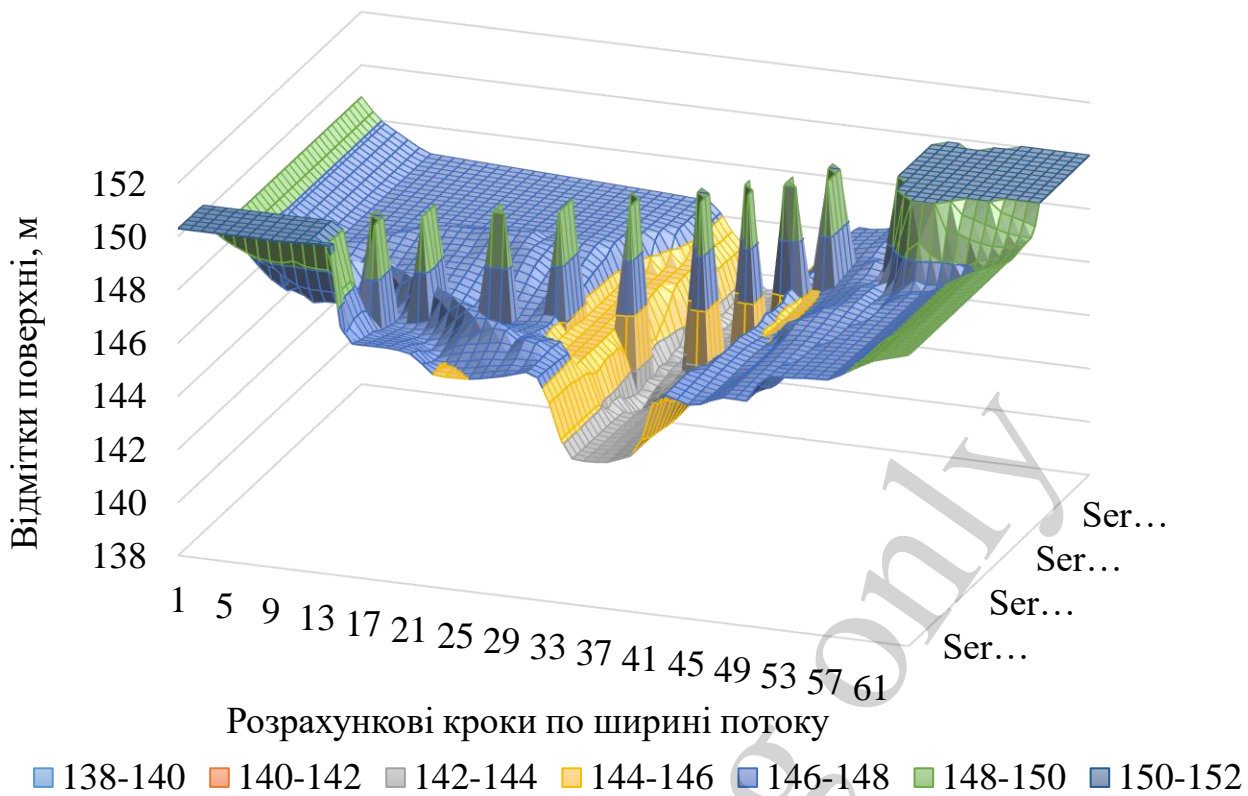


Рис. 3. Початкові відмітки поверхні Z_{f-p} рельєфу дна потоку русла та заплав на розрахунковій області до проходження повені

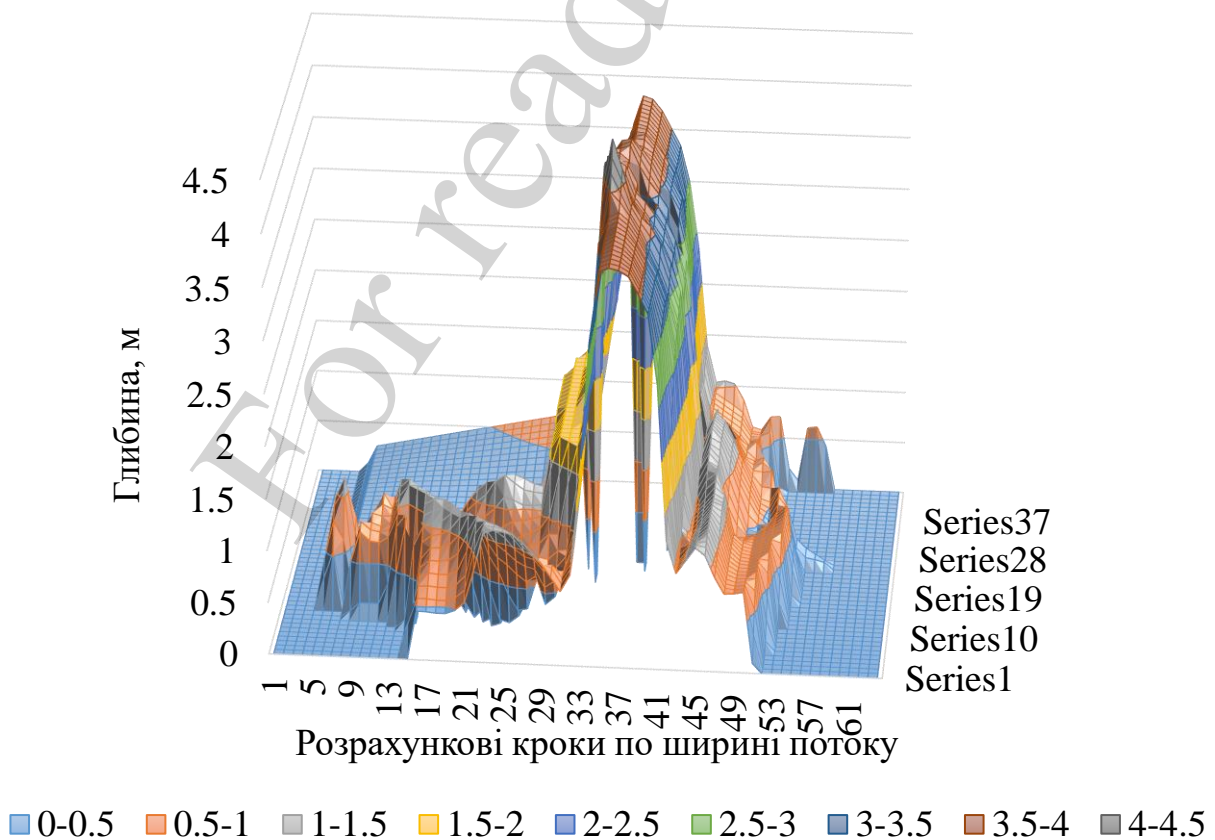


Рис. 4. Початкова глибина річкового потоку на розрахунковій області

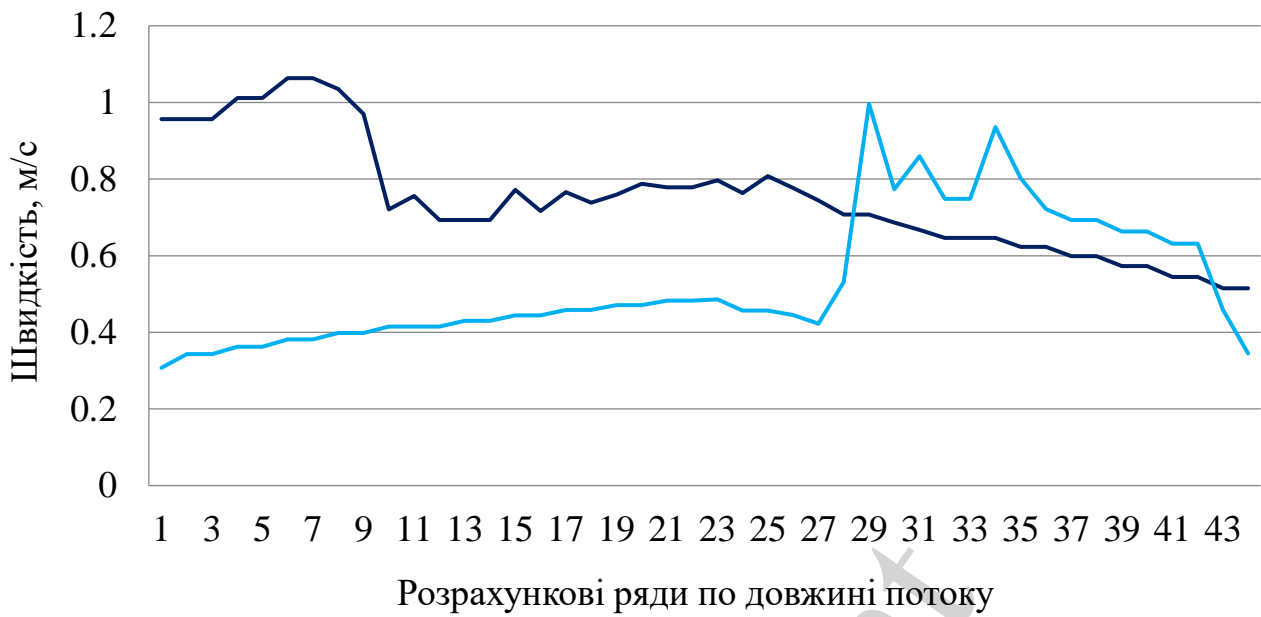


Рис. 5. Розрахунок середньої швидкості заплавного потоку $V_{f-pb(s)сери}$: *а* – після 1-ої сходинки розрахункового паводку; *б* – після 6-ої сходинки розрахункового паводку

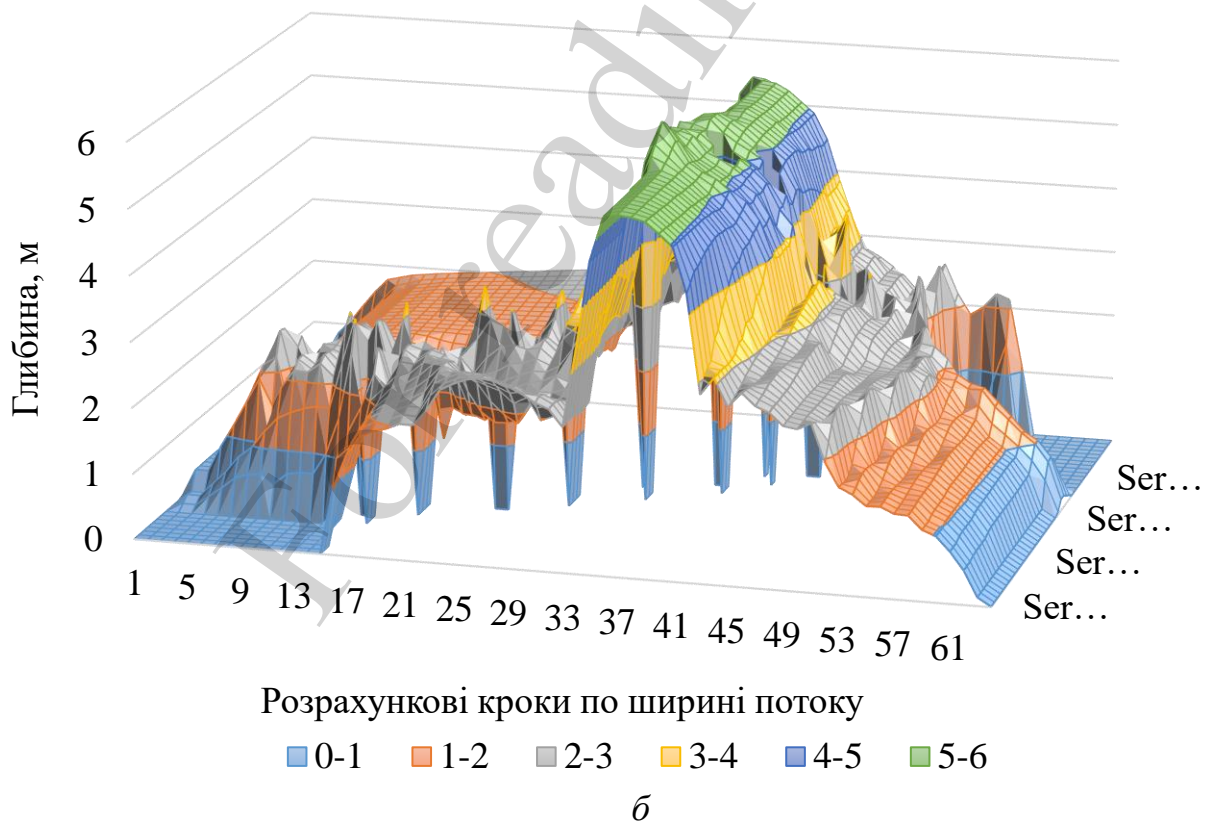
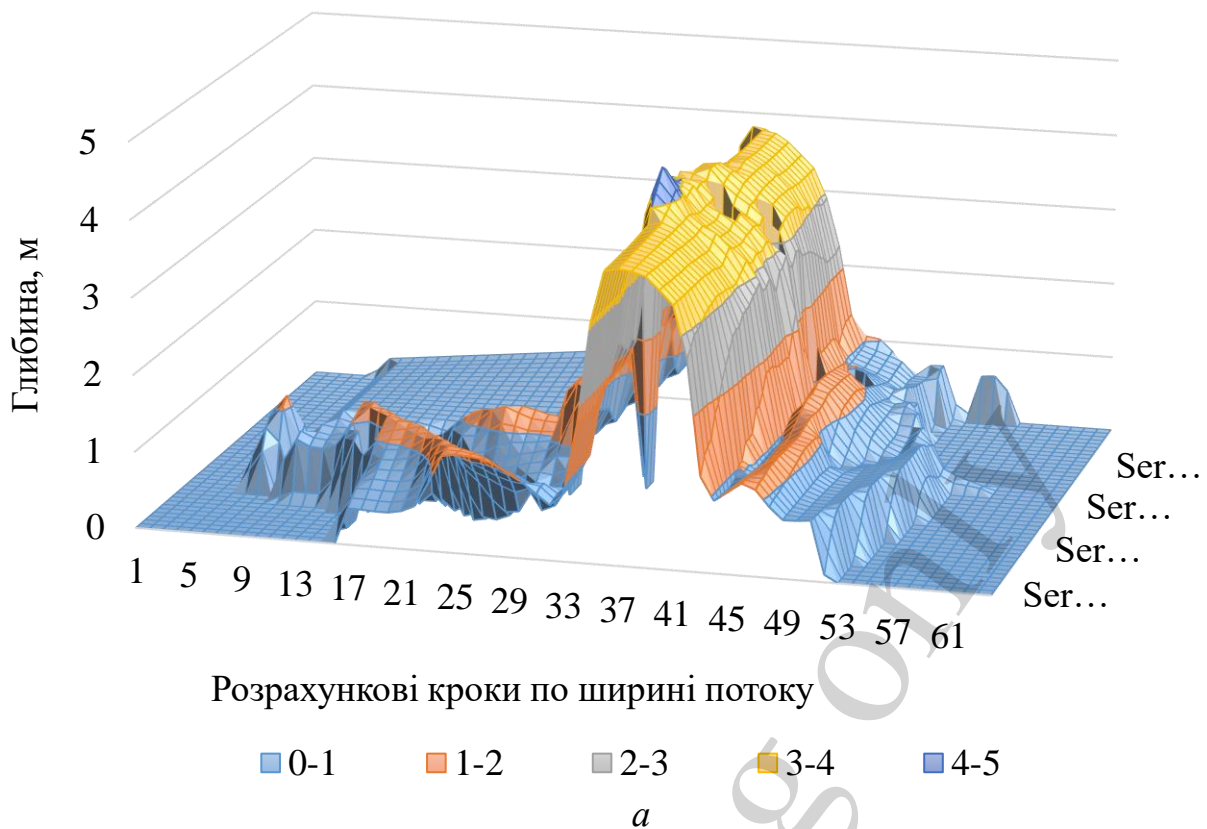
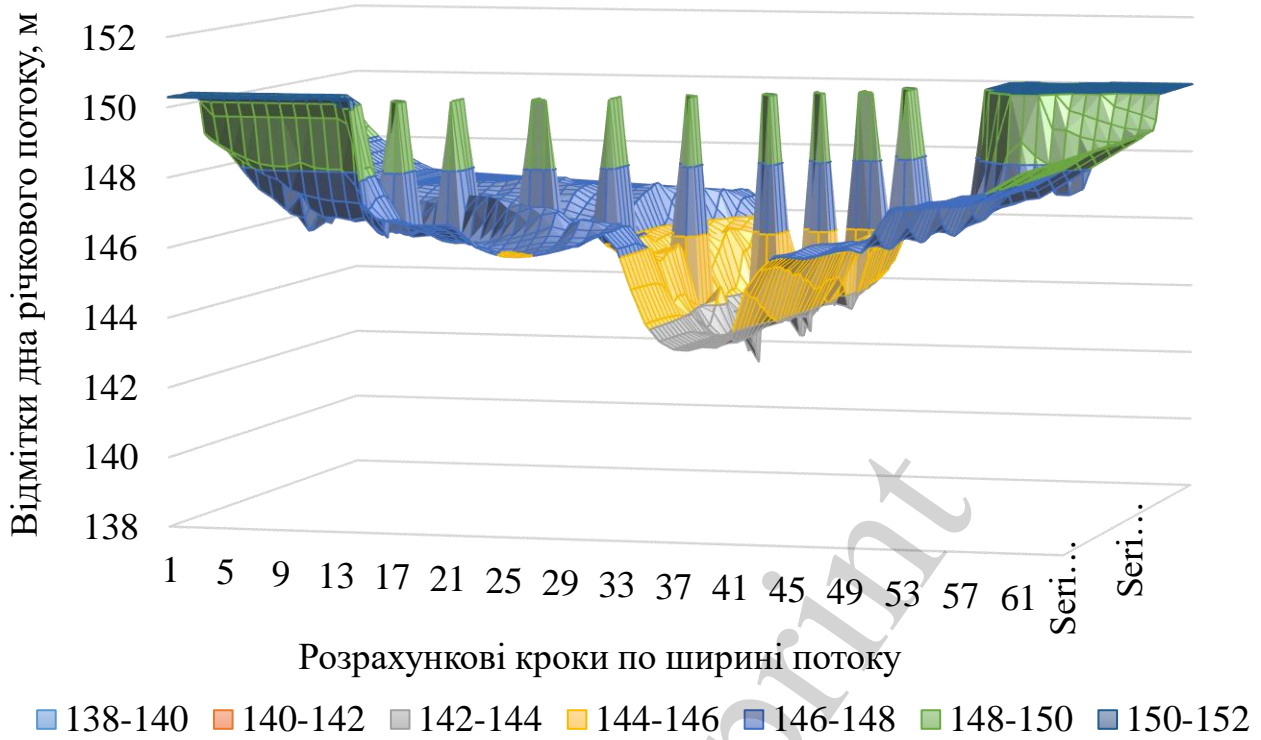
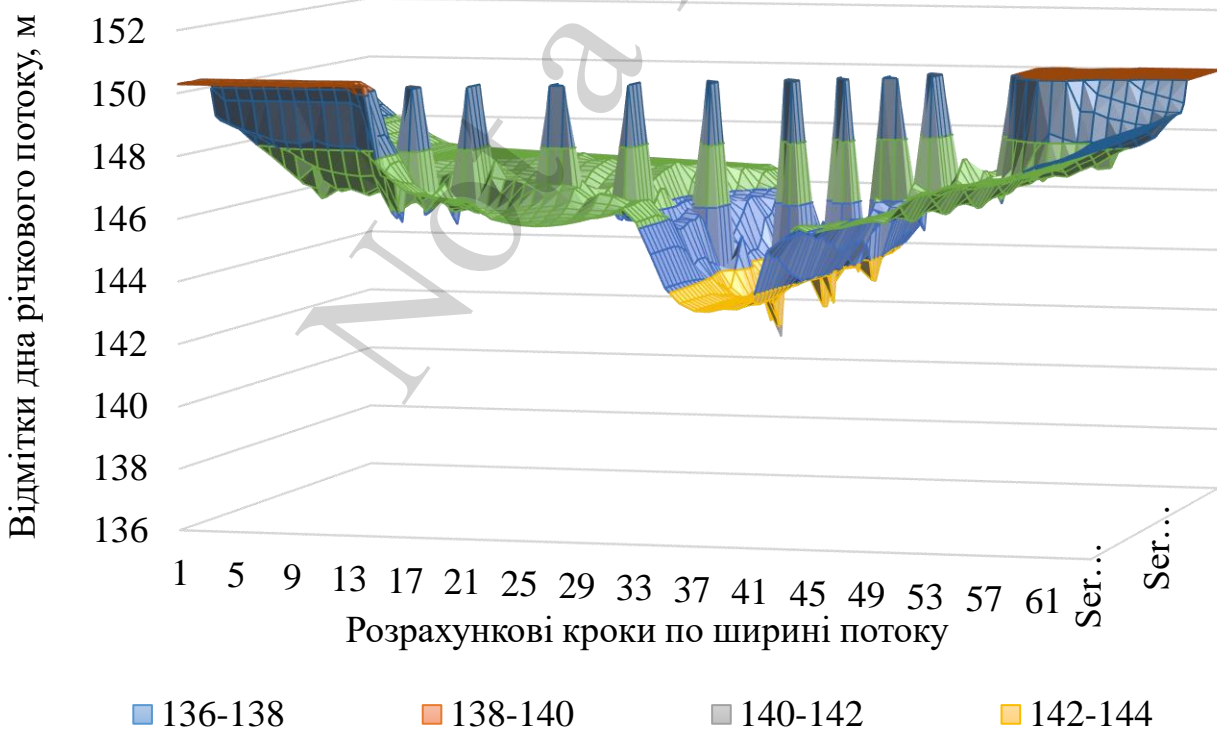


Рис. 6. Розрахунок глибини в поперечних перетинах заплавного потоку $h_{i,j}$: *a* – після 1-ої сходинки розрахункового паводку; *б* – після 6-ої сходинки розрахункового паводку



a



б

Рис. 7. Відмітки поверхні рельєфу дна заплав: *a* – після 1-ої сходинки розрахункового паводку; *б* – після 6-ої сходинки розрахункового паводку

Розмив русла р. Сіверський Донець зупиняється лише на спаді весняної по-вені після 6-ої за вихідним гідрографом розрахункової сходинки. Згідно з розрахунками, проведеними за методикою, при порівнянні з початковими відмітками, розмив більшої заплави становить $h_p=0,96$ м, меншої заплави – $h_p=1,28$ м.

6. Обговорення результатів розрахунку деформацій на заплавах в зоні впливу мостового переходу

Математична модель заплавного потоку ґрунтується на загальних рівняння переносу неоднорідного потоку та рівнянні нерозривності (3)–(6). Модельна форма рівнянь отримана, спираючись на припущення про мализну часток та мализну прискорень потоку в порівнянні з прискоренням сили тяжіння. В рівняннях переносу (27), (28) врахований закон розподілу осередненого гідростатичного тиску по вертикалі (11), що дає наступні переваги: пряму залежність між тиском і швидкістю, наявність глибини потоку. Розроблені рівняння заплавного потоку враховують в своєму складі розподіл зважених наносів за рахунок осередненої мутності, силу зчеплення дрібнозернистих ґрунтів та силу опору рослинності (18).

Для розв'язання конкретних прикладних задач і одержання, відповідно, однозначного розв'язку, обґрунтовані та сформульовані початкові та граничні умови по всій числовій області (30) та (32)–(34). Глибина заплавного потоку після розмиву визначатиметься на основі співвідношень дійсної та нерозмивної швидкостей (36).

Запропонований підхід дозволяє в двовимірній постановці визначити параметри зони впливу мостового переходу (рис. 1, 2) та для дотримання умов нерозривності провести розрахунок середньої швидкості на кожній з заплав. Визначені початкові та межові умови є основою для реалізації скінченно-різницевого аналогів рівнянь переносу (34), (35). Відповідно до цього, отримані масиви даних глибин в поперечних перетинах потоку (рис. 6) та відміток поверхні рельєфу заплав (рис. 7), що дозволяє надавати точний прогноз розвитку деформаційних процесів.

Розроблена математична модель дозволяє враховувати особливості заплавних ділянок стосовно розподілу рослинності та намулу, дає можливість визначити реальний розподіл швидкісної структури в шарі рослин неоднорідного потоку та деформацій на заплавах.

Запропоновані підходи [7–10] щодо дослідження процесів формування заплавних потоків відповідають їх природному стану, а не в штучно стиснутому. Представлені результати числового експерименту дозволяють дослідити розвиток деформацій на заплавах саме в зоні впливу мостового переходу з урахуванням особливостей рельєфу та взаємодії з русловим потоком на реальних об'єктах транспортних споруд.

Наступним кроком досліджень авторів є визначення параметрів максимального розмиву з урахуванням в модельних рівняннях сили опору при обтіканні мостових опор. Це дозволить в повній мірі надавати прогноз розвитку деформацій на заплавах в зоні впливу мостових переходів при проектуванні дорожніх об'єктів та споруд на рівнинних та передгірських ділянках річок.

7. Висновки

1. З метою врахування особливостей формування заплавних потоків використано підхід, згідно якого розподіл поля швидкостей по вертикалі визначається з урахуванням розподіленої сили, діючої в шарі рослин. Також враховано суттєвий вплив опору відриву зерен дрібнозернистого ґрунту на динаміку заплавного потоку. Для складових сил опору рослинності та зчеплення ґрунту отримані відповідні залежності.

2. Геоморфометрія заплавних ділянок характеризується наявністю значної рослинності, намулів від попередніх повенів та паводків і обумовлює генетичну несхожість з руслами. Обтікання потоком рослинності на заплавних ділянках мостових переходів створює специфічні умови переносу як конвективних, так і турбулентних характеристик течії. Для врахування цих умов запропоновано двовимірну математичну модель зависеного потоку з трав'яною рослинністю для прогнозування розподілу глибин і швидкостей на заплаві.

Запропонована математична модель дозволяє отримати розподіл середніх за глибиною швидкостей з дотриманням узгодженості з полем тиску в двовимірній постановці. Це суттєво спрощує її реалізацію та відповідає умовам задач теорії мілкої води для штучно стиснутих відкритих потоків.

3. Сформульовані та розраховані початкові та межові умови для р. Сіверський Донець дають можливість отримати параметри зони впливу мостового переходу та розподіл в першому наближенні глибини і зміну похилу вільної поверхні. Врахування характерних особливостей руху заплавних потоків дозволяє проводити числову реалізацію запропонованої математичної моделі за ітераційними методами розрахунку гідродинамічних характеристик на визначеній за довжиною ділянці річкового потоку з дотриманням умов нерозривності. На початку весняної повені, після першої, за вихідним гідрографом, розрахункової сходинки в першому наближенні середня глибина річкового потоку змінюється в межах від 0,598 до 0,529 м. На спаді повені, після шостої сходинки – в межах від 2,16 м до 2,09 м.

4. Запропонований метод розрахунку розмивів на заплавах ґрунтується на особливостях протікання відкритих штучно-стиснутих потоків в зоні впливу мостових переходів. Цей метод дозволяє врахувати суттєвий вплив опору від елементів рослинності та опір відриву зерен ґрунту в процесі розмиву на динаміку заплавного потоку. Визначення глибини розмиву заплавної ділянки проводиться на основі співвідношення дійсної та нерозмивної швидкостей.

Розрахунок після кожної сходинки розрахункового паводку проводиться на основі уточнених вихідних даних, які описують в повній відповідності до реальних умов конфігурацію дна та вільної поверхні. Визначені гідродинамічні показники заплавних потоків р. Сіверський Донець на спаді повені змінюються в достатньо широкому діапазоні. Максимальна середня швидкість на більшій заплаві складає 2,68 м/с, на меншій – 3,41 м/с. Максимальна глибина водного потоку в поперечних перетинах, як на більшій так і на меншій заплавах, може сягати до 3 м, а різниця максимальних значень розмивів донної області – 0,32 м. Більше значення величини розмиву, після проведення розрахунку на р. Сіверський Донець,

визначено на меншій заплаві, яка має нижчу пропускну здатність та більше стиснення, що відповідає реальним умовам.

Література

1. Slavinska, O., Stozhka, V., Kharchenko, A., Bubela, A., Kvatadze, A. (2019). Development of a model of the weight of motor roads parameters as part of the information and management system of monetary evaluation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (3 (97)), 46–59. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.156519>
2. Yoon, K., Lee, S., Hong, S. (2019). Time-Averaged Turbulent Velocity Flow Field through the Various Bridge Contractions during Large Flooding. *Water*, 11 (1), 143. doi: <https://doi.org/10.3390/w11010143>
3. Dragičević, S., Živković, N., Novković, I., Petrović, A., Tošić, R., Milevski, I. (2016). Hydrological and suspended sediment regime in the Kolubara River during the extreme year of 2014. *Revista de Geomorfologie*, 18 (1), 32–46. doi: <https://doi.org/10.21094/rg.2016.054>
4. Lewin, J., Ashworth, P. J. (2014). The negative relief of large river floodplains. *Earth-Science Reviews*, 129, 1–23. doi: <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2013.10.014>
5. Iwasaki, T., Shimizu, Y., Kimura, I. (2016). Numerical simulation of bar and bank erosion in a vegetated floodplain: A case study in the Otofuke River. *Advances in Water Resources*, 93, 118–134. doi: <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2015.02.001>
6. Brown, R. A., Pasternack, G. B. (2019). How to build a digital river. *Earth-Science Reviews*, 194, 283–305. doi: <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2019.04.028>
7. Vargas-Luna, A., Duró, G., Crosato, A., Uijttewaal, W. (2019). Morphological Adaptation of River Channels to Vegetation Establishment: A Laboratory Study. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 124 (7), 1981–1995. doi: <https://doi.org/10.1029/2018jf004878>
8. Konsoer, K., Rhoads, B., Best, J., Langendoen, E., Ursic, M., Abad, J., Garcia, M. (2017). Length scales and statistical characteristics of outer bank roughness for large elongate meander bends: The influence of bank material properties, floodplain vegetation and flow inundation. *Earth Surface Processes and Landforms*, 42 (13), 2024–2037. doi: <https://doi.org/10.1002/esp.4169>
9. Crosato, A., Saleh, M. S. (2010). Numerical study on the effects of floodplain vegetation on river planform style. *Earth Surface Processes and Landforms*, 36 (6), 711–720. doi: <https://doi.org/10.1002/esp.2088>
10. Västilä, K., Järvelä, J. (2017). Characterizing natural riparian vegetation for modeling of flow and suspended sediment transport. *Journal of Soils and Sediments*, 18 (10), 3114–3130. doi: <https://doi.org/10.1007/s11368-017-1776-3>
11. Савенко, В. Я. (1995). Математические модели и методы расчета квазитрехмерных безнапорных потоков. К.: Техніка, 184.
12. Славінська, О. С. (2011). Метод прогнозування загальних і місцевих деформацій підмостових русел з урахуванням процесів у придонній області.

Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, 81, 123–135. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/81/123-135.pdf

13. Гаев, Е. А., Никитин, И. К. (1982). Гидродинамика потока при наличии легко проницаемой шероховатости. Ламинарный режим. Гидромеханика, 45, 65–73.

14. Савенко, В. Я., Славинская, Е. С. (2004). Моделирование процессов развития внутренних течений с учетом анизотропии открытых турбулентных потоков. К.: НТУ, 176.

15. Ткачук, С. Г. (2004). Прогнозування руслових деформацій на мостових переходах. Ч. 3-4. К.: НТУ, 98.

Not a reprint

10. Das, A. (2015). Structural Design of Asphalt Pavements: Principles and Practices in Various Design Guidelines. Transportation in Developing Economies, 1 (1), 25–32. doi: <https://doi.org/10.1007/s40890-015-0004-3>
11. Gavrilkina, A. O., Dremova, O. V., Mihaylov, V. S. (2017). Raschetnye modeli gruntovykh osnovaniy, realizuemye v programmnom komplekse Scad Office. Polzunovskiy al'manah, 2 (4), 45–48. Available at: http://elib.altstu.ru/journals/Files/pa2017_04_2/pdf/045gavrilkina.pdf
12. Slavinska, O., Savenko, V., Bubela, A., Yaremov, A. (2018). Investigation of the work of the road construction at the sites by pipe drenches from materials of different origin. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2 (7 (92)), 18–26. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.126512>
13. Pirmohammad, S., Majd-Shokorlou, Y. (2020). Finite element analysis of road structure containing top-down crack within asphalt concrete layer. Journal of Central South University, 27 (1), 242–255. doi: <https://doi.org/10.1007/s11771-020-4292-3>
14. Uglova, E., Tiraturyan, A., Lyapin, A. (2016). Integrated approach to studying characteristics of dynamic deformation on flexible pavement surface using nondestructive testing. PNRPU Mechanics Bulletin, 1, 111–130. doi: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2016.2.08>
15. Zavoritskiy, V. I. (1983). Spravochnik po proektirovaniyu dorozhnykh odezhd. Kyiv: Budivelnyk, 104.
16. Dovidnyk No. 4. Klimatychni kharakterystyky ta klimatychne raionuvannya terytoriyi Ukrainy dlia rehuliuвання vodno-teplovoho rezhymu v dorozhnomu budivnytstvi (2018). Kyiv. Available at: http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page.html?id_doc=80182

To develop the methods for predicting deformations on floodplain areas in the zone of influence of bridge crossings, a mathematical model of a suspended flow with grass vegetation was developed. The problem of calculating the hydrodynamic fields of velocities and pressure in artificially compressed flows refers to the theory of shallow water since the vertical size (flow depth) is substantially smaller than the horizontal dimensions, such as length and width. In accordance with this, the proposed model is based on the equation of distribution of velocity structure and the depth of a floodplain flow in approximation to two-dimensional dependences taking into consideration force factors. Force factors determine resistance at flowing around vegetation in floodplain areas and resistance of washout of fine-grained soil.

To obtain an unambiguous solution of the considered problem, boundary and initial conditions were added to the presented closed system of original equations. These conditions make it possible to determine the level of a free surface of flow and the zone of influence of a bridge crossing at different stages of the estimated flood. Based on finite-difference analogs of transfer equations, the distribution of velocities and depths in estimated sections was calculated. By iteration, the longitudinal velocity in a flood flow with vegetation elements was determined. The results of the calculation of washout on floodplain areas of a sub-bridge watercourse of the lowland river Sivirsky Donets were obtained. The depth of a flood flow after a washout was determined based on the ratios of actual and flood-free velocities. When compared with the initial bottom marks, the washout of the larger floodplain is 0.96 m, that of the smaller floodplain – 1.28 m.

The proposed scientifically substantiated solution for ensuring optimum interaction of floodplain flows with bridge crossings makes a certain contribution to improving the reliability of their operation due to the quality of design works and the corresponding reduction of construction and operating costs

Keywords: zone of bridge influence, bridge crossing, floodplain vegetation, suspended flow, deformation on floodplains, floodplain flow, turbulence models

UDC 627.13:519.711.3

DOI: 10.15587/1729-4061.2020.208634

PREDICTING DEFORMATIONS IN THE AREA OF IMPACT EXERTED BY A BRIDGE CROSSING BASED ON THE PROPOSED MATHEMATICAL MODEL OF A FLOODPLAIN FLOW

O. Slavinska

Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean*

E-mail: elenaslavin9@gmail.com

A. Tsynka

First Deputy Director

M. P. Shulgin State Road Research Institute

State Enterprise

Peremohy ave., 57, Kyiv, Ukraine, 03113

I. Bashkevych

PhD

Department of Bridges, Tunnels
and Hydraulic Structures*

*National Transport University

Omelianovycha-Pavlenka str., 1, Kyiv, Ukraine, 01010

Received date 15.04.2020

Accepted date 14.07.2020

Published date 27.08.2020

Copyright © 2020, O. Slavinska, A. Tsynka, I. Bashkevych

This is an open access article under the CC BY license

(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>)

1. Introduction

The relevance of research is proved by the analysis of destructions of bridge crossings, which suffer most from nat-

ural disasters – high floods. Deformation of a watercourse, floodplain areas, washouts of intermediate supports and props can reach such critical dimensions, which become the main cause of emergencies on bridges. The main requirement

for a bridge crossing as one of the most important components of the road transport industry is the best service of transportation. A bridge crossing includes complex and expensive structures, the costs of construction and operation of which depends on the choice of a crossing location, the correct purpose of structures, their general dimensions.

In turn, bridge crossings belong to such a category of structures that violate the natural forms of a watercourse and create additional vortex by their external contours. Encompassing not only a riverbed but also the floodplain parts, the structures cause the changes in the velocity field, at which the transporting ability of flow is distributed very unevenly. After blocking the parts of floodplain approaches by width using the banks, water will start arriving at the bridge and an increased amount of water will pass through a compressed cross-section of a river.

The territory of water resources is re-distributed on floodplain areas, and there arises a problem of runoff regulation, forecasting the throughput capacity and deformation development. The factors causing washout development in floodplain areas are fundamentally different from the relevant processes in watercourses. Unlike a watercourse, floodplains have a significant vegetation cover. Vegetation acts according to the principle of speed-absorber and causes additional turbulence in the lower zone. Velocities on a floodplain stretch, and therefore potential energy of flow, will be significantly lower than in the watercourse due to less discharge.

The geomorphometry of floodplain areas is characterized by the existence of significant vegetation, alluvium from previous floods and freshets, and causes genetic dissimilarity with watercourses.

A floodplain is represented by plant soil at the top of it with a high probability of the existence of sandy and loam soils in the lower zone. A floodplain flow, like a watercourse flow, is heterogeneous, saturated with suspension that due to suppression of flow velocity will settle on the bottom. During freshets, velocity increases and plant soil, as a rule, does not have enough mechanical properties to resist destructive processes. At the same time, a considerable duration of freshets causes leveling the marks of watercourse bottom and the floodplain bottom.

As a result of this interaction, one can observe the narrowing of a watercourse and the formation of new floodplains or watercourse expansion through the floodplain washout. The washout processes are dangerous for bridge crossings.

Proper choice of the size of bridge crossing structures, including the width of an opening as a dominant characteristic, depends on the conditions of their operation, prediction of the possible water inflow to the bridge, and inevitable watercourse and floodplain deformations.

Existing methods for calculation of washouts in the zone of influence of a bridge crossing do not fully take into account the processes that occur in floodplain areas. Washouts on two characteristic parts of a bridge opening occur for various reasons. The fact that the characteristic differences of action of floodplain and watercourse flows results in distortion of results and incorrect assessment of a situation. The watercourse flow that floods a floodplain during the flood period is saturated with the solid phase particles and is thus heterogeneous. Modern methods do not take into consideration the interaction of non-uniform flow with a vegetation cover, which significantly influences the flow formation, as

well as washout processes inside it. This problem is quite significant because the relief of floodplain areas is favorable for the location of a bridge crossing.

2. Literature review and problem statement

Bridge crossings are the most common transport facilities on public roads. Their significance, as noted in paper [1], for technical and functional state and cost estimates is essential in comparison with most road elements. The actual state of such transport facilities is very difficult to assess. This is due to many factors. The simultaneous influence of such processes as the unsustainable movement of water medium and river structures; the existence of significant areas with turns; re-formation of watercourse and floodplain shape in the process of deformation leads to the development of general and local washouts in the area of influence of bridge crossings. In order to study the devastating effects of natural floods as consequences of climate change, paper [2] represents laboratory research into a physical model – the area of river flow with a bridge crossing. Based on the conducted studies, it was concluded on the significant influence of a bridge crossing due to blocking the floodplain flow, corresponding re-formation and an increase in velocities, increased intensity of sediment transfer in the watercourse, at the same time, deformation processes on floodplains were not considered. This is due to the problem of modeling of such flows under laboratory conditions.

Research into the water mode, determining the concentration of suspended alluvium under conditions of extreme climatic phenomena, which significantly affected the hydrological state of a river system are presented in article [3]. But this does not make it possible to disclose fully the mechanism of deformation both in watercourses and in floodplains and, accordingly, to conduct a more objective quantitative assessment of the degree of influence of various factors on this process.

The actual water flow velocity on a floodplain is less than that of a watercourse and, accordingly, of a washout. Soil particles are generally stationary. A washout in this area will begin only if the flow velocity exceeds the flood-free velocity for sediment particles. The features of the relief of floodplains and transition of river flow to a floodplain, coastal washouts, conditions of formation of a floodplain flow are analyzed in paper [4].

Large floodplains have multiple and complex relief formations, the surface level of which changes in different scales. During a flood, floodplain flows are formed and wetland areas are created in lowlands. Paper [4] analyzes the zones of the interaction of a river and a floodplain flow, peculiarities of changes of a floodplain relief due to erosion and alluvium settling in certain areas. But the problem of an impact of hydro-technical facilities or buildings on a change of relief formations of floodplains, especially during a flood or a freshet, was not explored.

The floodplain surface was formed in previous periods. Taking this into consideration, researchers are interested in the throughput capacity of overgrown sites of floodplains. The study of changes in morphological processes, the configuration of a winding watercourse under conditions of overgrown floodplains during flooding based on the two-dimensional model is presented in paper [5]. It should be noted that the proposed solutions are mostly empirical in nature, and

the generalized term that takes into consideration hydraulic resistance of the floodplain surface is determined from the equations of flow motions.

The creation of a digital model of a river taking into account the topographic and morphometric changes enabled the authors of paper [6] to get an artificial landscape of a river system. The proposed morphodynamical and stochastic approaches are based on the generalization of natural quantitative patterns of the landscape changes, but do not make it possible to determine the magnitudes of washout deformations of the watercourse and the floodplain parts of the bridge port.

According to the above [7] results of laboratory research with a movable vegetation layer, deformation development rate, the formation of a floodplain flow and of the relief of floodplains themselves are caused by vegetation distribution, growth and origin. The lack of vegetation contributes to the flow formation with the smallest winding, river vegetation slows down the deformation development on floodplains and promotes watercourse deepening. The vegetation of heterogeneous origin contributes to alluvium settling on one floodplain and to the deformation development on the other one, increases the watercourse winding, and creates conditions for the development of new floodplains and isles.

The study of roughness in floodplain areas, depending on the type and parameters of vegetation, was conducted in paper [8]. A comparison of air and water conditions showed that roughness decreases significantly in flooded areas, due to their hydraulic conditions, vegetation removal and deformation development on floodplains.

The influence of floodplain vegetation on the river shape in the plan and the transportation capacity of a floodplain flow were explored in paper [9] with the help of a 2D morphodynamical model with sub-models for flow resistance and vegetation distribution. The components of resistance to flow are divided into soil resistance and vegetation resistance. The impact of the type, configuration, and density of floodplain vegetation on the transportation and settling of river suspension, development of deformations on floodplains was described in article [10].

No analytical approximation for determining the magnitudes of both general, and local washouts on floodplains, taking into consideration the distribution of velocities within the vegetation layer, namely, in the zone of influence of bridge crossings, was found in the modern scientific literature. This is due to the complexity of modeling of deformation processes on floodplains and the lack of an unambiguous solution to basic equations of hydrodynamics.

3. The aim and objectives of the study

The aim of this study is to develop the method for prediction of deformations on floodplains in the zone of influence of a bridge crossing based on the proposed mathematical model of suspended flows, taking into consideration the existence of vegetation elements.

To achieve the aim of the research, it is necessary to solve the following tasks:

- to analyze and determine the force factors that take into consideration the resistance to the washout of fine-grained soil and resistance during flowing around the vegetation in floodplain areas;

- to develop a mathematical model for a suspended floodplain flow with herbal vegetation, observing consistency with pressure field;

- to formulate initial and boundary conditions to implement the proposed mathematical model of a floodplain flow with vegetation elements;

- to carry out the calculation of deformations in floodplain areas of a plain river in the zone of influence of a bridge crossing by the proposed mathematical model.

4. Mathematical model of a suspended flow with herbal vegetation to predict the distribution of depths and velocities on a floodplain

4.1. Source equations

The basis for the development of a mathematical model of the motion of a floodplain flow in the zone of influence of a bridge crossing is the equation of actual liquid dynamics in “stresses”, or, which is the same thing, the Navier-Stocks equation. To obtain the equations of averaged turbulent motion, Reynolds offered the method of replacement of actual velocities V_i and pressure p with averaged \bar{V}_i , \bar{p} and pulse V'_i , p' [11–14]. These equations differ from the Navier-Stocks equation by the existence of an additional tensor of turbulent or Reynolds stresses $\bar{V}_i''V_j''$. For practical purposes and the operation convenience, it is appropriate to represent the Reynolds equation in the scalar form through projections onto the axis of Cartesian coordinates, taking into consideration the above, neglecting viscous stresses $\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$:

$$\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial t} + \bar{V}_j \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{V}_i V'_j}{\partial x_j} - g_i - \sum \bar{f}_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2)$$

where x_i ($i=1, 2, 3$) is the coordinates; $\bar{\rho}_{LS}$ is the water density, kg/m^3 ; g is the free fall acceleration, m/s^2 ; $\sum \bar{f}_i$ is the sum of mass forces.

In the expanded form equation (1) and (2) are written down as follows:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_3}{\partial x_3} = \\ = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_1 V'_1}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_1 V'_2}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_1 V'_3}{\partial x_3} - \bar{f}_{P1}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_2}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_2^2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_3}{\partial x_3} = \\ = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_2 V'_1}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_2 V'_2}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_2 V'_3}{\partial x_3} - \bar{f}_{P2}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_3}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_3 \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_3 \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_3^2}{\partial x_3} = \\ = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_3} - \frac{\partial \bar{V}_3 V'_1}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_3 V'_2}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_3 V'_3}{\partial x_3} - g - \bar{f}_{Ch} - \bar{f}_{P3}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_3}{\partial x_3} = 0, \tag{6}$$

where f_{ch} is the cohesion force or the force of resistance to soil grain break-off; f_{pi} is the force of vegetation resistance; g is the projection of the volumetric force onto axis x_3 .

The presented system of turbulent motion equations, describing the hydrodynamic field of velocities, pressure in runoffs, is not closed, therefore its integration and numeric implementation of discrete analogs are associated with great difficulties. To solve the applied problems of hydrodynamics, one uses mathematical models of currents, which take into consideration only the basic, determining factors, and as a rule, neglect the action of secondary ones.

4.2. Determining the force factors of resistance to soil washout and vegetation flow-over in floodplain areas

According to the results of a fairly large number of experimental studies [12], the properties of the bottom of a suspended flow depend on the clogging process. The river suspended flow when influencing the bottom, clogs it over time. Clogging turns the non-bound bottom into the bound bottom as a result of filling the pores between the grains of sand and stones with colloid-like alluvium. As a result of clogging, the irregularities of the bottom are aligned and smoothed, and cohesion of bottom soil grains increases.

Cohesion force is one of the factors, on which depends an increase in resistance to washout of fine-grained soil (with the diameter of less than 0.1–0.15 mm), settled usually on floodplain areas of plain rivers. According to the research conducted in [12], the force of resistance to a particle set break-off can be determined from the following dependence:

$$\bar{F}_{ch} = \frac{k_{ct} C_{ch} \cdot \bar{S} g}{C_{sh1} D}, \tag{7}$$

where k_{ct} is the boundary of fatigue of tearing bound soils, according to experiments [12]; C_{ch} is the soil cohesion in the state of complete water saturation, kg/m²; \bar{S} is the distribution of suspended sediments along the vertical or flow mutability, a formula for determining it is presented below; C_{sh1} is the first coefficient of the sediment particles shape, it is equal to the ratio of a particle volume to the diameter of an equidimensional layer in third degree; D is the diameter of alluvium particles, m.

The surface of the floodplain part is mainly covered with vegetation, different in density and dimensions, which affects the throughput capacity of a floodplain. The strength of resistance to vegetation, according to [13], is determined from the following dependence:

$$\bar{f}_{pi} = \frac{C_X s_p}{2\bar{V}} \left(\bar{V}^2 V_i + \bar{V}_j V_j' V_i' \right), \tag{8}$$

where

$$\bar{V} = \sqrt{\sum_{i=1-3} \bar{V}_i^2}$$

is the actual velocity; C_X is the resistance factor that is determined by experimental studies, for the case of resistance to vegetation, according to [13]; s_p is the general middle area, distributed around the volume of the layer, determined from the following dependence:

$$s_p = \frac{D_{st} \Delta z_{st}}{\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3}, \tag{9}$$

where D_{st} is the diameter of the plant stem that is flown around, $D_{st}=7 \cdot 10^{-3}$ m; Δz_{st} is the part of the plant stem that is flown around, by height, m.

The problems of calculating hydrodynamic fields of velocities and pressures in broken and artificially compressed flows relate to the problems of the shallow water theory since the vertical size (flow depth) is substantially smaller than the horizontal dimensions, such as length and width. This makes it possible to consider the distribution of velocities that are medium in depth in a two-dimensional statement.

4.3. Development of a mathematical model of a floodplain flow in compliance with consistency with pressure field

We will present the equation of distribution of the velocity structure and the depth of a floodplain flow in two-dimensional approximation. These equations will be obtained from general three-dimensional equations of hydrodynamics (3)–(6) by the integration of the latter vertically from bottom mark z_0 to free surface H , that is, along the flow depth $h=H-z_0$.

Using the method and the designations shown in articles [11, 18], the depth-averaged value of any variable of the function – the characteristics of flow $\Phi(x_1, x_2, x_3, t)$ will be designated by broken brackets:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{h} \int_{z_0}^H \Phi dx_3. \tag{10}$$

When integrating over time and depth the summands containing derivatives of horizontal coordinates, we used the properties of integrals that depend on the parameters [11].

Integrating equations (5), we obtained the law of vertical distribution of averaged hydrostatic pressure that was used when integrating equations (3) and (4).

To do this, we will be restricted to the case of steady motion. Taking into account that we consider the problem of the shallow water theory, that is, $h \ll L$, components, which have the order of derivative magnitudes $\langle \bar{V}_i \rangle$ and their squares and express turbulent stresses, can be neglected. The condition that $\bar{V}'_{3H} = 0$ is met on the flow surface. At $\bar{V} \approx \bar{V}_1$ or $\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}} \approx 1$, pressure distribution in a flow will be written down in the form of:

$$\begin{aligned} \bar{p} = & \bar{p}_H + \bar{\rho}_{LS} g (H - x_3) - \bar{\rho}_{LS} \bar{V}_3^{2''} - \\ & - \frac{C_X s_p}{2 \bar{\rho}_{LS}} \langle \bar{V}_1 \bar{V}_3' \rangle (H - x_3) - \frac{k_{ct} C_{ch} \cdot \langle \bar{S} \rangle g}{C_{sh1} D} (H - x_3). \end{aligned} \tag{11}$$

The vertical distribution of suspended sediment and flow turbidity are determined, as a rule, from the Routh formula [11]

$$\bar{S}(x_3) = \bar{S}(z) \left(\frac{h - x_3}{x_3} \frac{z}{h - z} \right)^{\frac{W_z}{\kappa U_\tau}},$$

where W_z is the hydraulic velocity, κ is the Karman parameter $\kappa=0.435$, U_τ is the dynamic velocity $U_\tau = \sqrt{g h I_{x_1}}$, I_{x_1} is the inclination of the flow free surface.

To make calculations from this formula, it is necessary to know the bottom content of alluvium $\bar{S}(z)$. However, the magnitude $\bar{S}(z)$ must be added from the rationally constructed theory of motion of drawn alluvium, but such a theory does not exist. A certain step in the elimination of the above drawback of the existing theories of bottom sediments is made in the procedure explored in paper [2], containing the dependences for determining specific discharge of suspended sediments. Such dependence

$$q_{sus} = \int_{\Delta}^h \bar{V} \bar{S} dx_3$$

can be represented as $q_{sus} = \sqrt{\bar{V} \bar{S}} \left\langle \frac{h}{\bar{S}} \right\rangle$, then the dependence for determining average turbidity $\langle \bar{S} \rangle$ will take the following form:

$$\langle \bar{S} \rangle = F S_0, \tag{12}$$

where S_0 is the countdown concentration of bottom sediments determined using the procedure [2]; F is the factor that takes into account the parameter of alluvium suspension, determined using the procedure [2].

Accepting that $p_H = \text{const}$, that is, excluding baroclinic currents from consideration, having substituted value p from equation (11) and f_{p1}, f_{p2} from (12) in formulas (3) and (4) in the longitudinal and transverse directions, obtain the equations:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{V}_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_3}{\partial x_3} = \\ & = -g \frac{\partial h}{\partial x_1} - \frac{C_x s_p}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} h \langle \bar{V}_1 \bar{V}_3' \rangle - \frac{k_{cl} C_{ch} \cdot g}{C_{sh1} D \rho_{LS}} \frac{\partial}{\partial x_1} h \langle \bar{S} \rangle - \\ & - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\bar{V}_1^{2'} - \bar{V}_3^{2'} \right) - \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_2'}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \\ & - \frac{C_x s_p}{2} \left(\bar{V}_1^2 + \bar{V}_1 \bar{V}_2' + \frac{\bar{V}_2}{V_1} \bar{V}_2' + \frac{\bar{V}_3}{V_1} \bar{V}_3' \bar{V}_1' \right). \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{V}_2}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_2^2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_3}{\partial x_3} = \\ & = -g \frac{\partial h}{\partial x_2} - \frac{C_x s_p}{2} \frac{\partial}{\partial x_2} h \langle \bar{V}_1 \bar{V}_3' \rangle - \frac{k_{cl} C_{ch} \cdot g}{C_{sh1} D \rho_{LS}} \frac{\partial}{\partial x_2} h \langle \bar{S} \rangle - \\ & - \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_1'}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\bar{V}_2^{2'} - \bar{V}_3^{2'} \right) - \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \\ & - \frac{C_x s_p}{2} \left(\bar{V}_1 \bar{V}_2 + \bar{V}_1 \bar{V}_2' + \frac{\bar{V}_2}{V_1} \bar{V}_2^{2'} + \frac{\bar{V}_3}{V_1} \bar{V}_3' \bar{V}_2' \right). \end{aligned} \tag{14}$$

Multiply equations (13) and (14) by dx_3 , integrate over depth and evaluate the order of summands, using the method and assessment given in research [11].

Before integrating nonlinear summands of equations of the $\frac{\partial \bar{V}_i^2}{\partial x_i} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{V}_i \bar{V}_j; i, j = 1, 2 \right)$, form, which express inertial forces,

caused by convective acceleration, it is necessary to take into consideration that in an actual flow, there is an uneven vertical distribution of velocities, and as a result of integration over the flow depth, the coefficients, with regard to this non-uniformity, appear in summands. To obtain the values

and physical content of the specified coefficients, represent local velocity V_i in the following form:

$$\bar{V}_i = U_i + u_i, \tag{15}$$

where $u_i = \bar{V}_i - U_i \neq 0$ is the deviation of local velocity \bar{V}_i from the depth-averaged U_i .

In addition, magnitude u_i must meet the condition:

$$\langle u_i \rangle = \frac{1}{h} \int_{z_0}^H u_i dx_3 = 0. \tag{16}$$

Then, according to [11], the coefficient that takes into account non-uniformity of the vertical distribution of velocities and accepts the values that are larger than unity, that is, $\alpha_h > 1$ is equal to

$$\alpha_h = 1 + \frac{z_0}{U_i^2 h} \int_{z_0}^H u_i^2 dx_3.$$

Integration of summands that contain derivatives of turbulent stresses by vertical coordinate x_3 , will give the following:

$$\int_{z_0}^H \frac{\partial \bar{V}_i \bar{V}_3'}{\partial x_3} dx_3 = \int_{z_0}^H d(\bar{V}_i \bar{V}_3') = (\bar{V}_i \bar{V}_3')_H - (\bar{V}_i \bar{V}_3')_{z_0}. \tag{17}$$

That is, the difference of tangents of turbulent stresses that act on a free surface

$$\tau_{iH} = (\bar{V}_i \bar{V}_3')_H$$

and on the bottom of a flow

$$\tau_{iz_0} = (\bar{V}_i \bar{V}_3')_{z_0}.$$

After integrating equations of motion (13) and (14), represent two-dimensional equations. In this case, we will neglect the summands of a higher order of smallness in comparison with basic summands $\frac{V^2 h}{L}$ and $\frac{\tau h}{L}$. The order of summands of the force of resistance to vegetation

$$\frac{C_x s_p h}{2} \frac{\partial \langle \bar{V}_1 \bar{V}_3' \rangle}{\partial x_1} \approx \frac{h \tau}{L}$$

and friction force on the bottom and free surface τ_{iH}, τ_{iz_0} ($i=1,2$) depend on specific conditions of the problem and in the general case can be co-dimensional with the order of basic summands mentioned above. That is why these summands will also exist in final two-dimensional equations of motion. Accept that:

$$\begin{aligned} N_p &= \frac{C_x s_p}{2}, \\ N_{ch} &= \frac{k_{cl} C_{ch} \cdot g}{C_{sh1} D \rho_{LS}}. \end{aligned} \tag{18}$$

Two-dimensional equations of motions after dividing by h and taking into account (18) will be written down in the following form:

– equation of the amount of motion (towards axis X_1) –

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_1}{\partial t} + \alpha_h \left[\frac{\partial U_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1 U_2}{\partial x_2} \right] = \\ & = - \left(g + N_p \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle - N_{ch} \langle \overline{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_1} - \\ & - h \left(N_p \frac{\partial \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle}{\partial x_1} + N_{ch} \frac{\partial \langle \overline{S} \rangle}{\partial x_1} \right) - \\ & - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\langle \overline{V_1^{2'}} \rangle - \langle \overline{V_3^{2'}} \rangle \right) - \frac{\partial \langle \overline{V_1' V_2'} \rangle}{\partial x_2} - \\ & - \frac{1}{h} \left[\left(\overline{V_1' V_3'} \right)_H - \left(\overline{V_1' V_3'} \right)_{z_0} \right] - \\ & - N_p \left[\alpha_h U_1^2 + \langle \overline{V_1^{2'}} \rangle + \frac{U_2}{U_1} \langle \overline{V_2' V_1'} \rangle \right], \end{aligned} \tag{19}$$

– equation of the amount of motion (towards axis X_2) –

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_2}{\partial t} + \alpha_h \left[\frac{\partial U_1 U_2}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2^2}{\partial x_2} \right] = \\ & = - \left(g + N_p \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle + N_{ch} \langle \overline{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_2} - \\ & - h \left(N_p \frac{\partial \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle}{\partial x_2} + N_{ch} \frac{\partial \langle \overline{S} \rangle}{\partial x_2} \right) - \\ & - \frac{\partial \langle \overline{V_2' V_1'} \rangle}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\langle \overline{V_2^{2'}} \rangle - \langle \overline{V_3^{2'}} \rangle \right) - \\ & - \frac{1}{h} \left[\left(\overline{V_2' V_3'} \right)_H - \left(\overline{V_2' V_3'} \right)_{z_0} \right] - \\ & - N_p \left[\alpha_h U_1 U_2 + \langle \overline{V_1' V_2'} \rangle + \frac{U_2}{U_1} \langle \overline{V_2^{2'}} \rangle \right], \end{aligned} \tag{20}$$

– equation of continuity –

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U_1 h}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2 h}{\partial x_2} = 0. \tag{21}$$

The calculation of steady two-dimensional currents on floodplains with herbal vegetation is carried out in order to predict the distribution of depth-averaged velocities and depths over flow width. The equation of distribution of depth-averaged velocities and depths can be obtained from dynamic two-dimensional equations (19)–(21), if we accept that $U_1=U$, $U_2 \approx 0$ in the latter, and use the stationarity condition $\frac{\partial}{\partial t}=0$. As a result of averaging turbulent characteristics over flow depth, in two-dimensional equations (19), (20) there are summands $\frac{\partial \langle \overline{V_i' V_j'} \rangle}{\partial x_i}$ and $\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\langle \overline{V_i^{2'}} \rangle - \langle \overline{V_3^{2'}} \rangle \right)$, where ($i=1, 2$), which express the contribution of tangent and normal stresses to the dynamic balance of the pulse of forces in two-dimensional currents.

Unlike equations of three-dimensional turbulent currents, in two-dimensional equations the influence of normal turbulent stresses on the formation of two-dimensional currents is expressed only by the difference of depth-averaged normal stresses in vertical and horizontal directions. Paper [11] presented an analysis of estimation of values of difference of dispersion of vertical pulse component of

velocity $\overline{V_3^{2'}}$ and dispersions of longitudinal and transverse components of velocity $\overline{V_1^{2'}}$ and $\overline{V_2^{2'}}$. This makes it possible to substantiate the assumption about neglecting normal turbulent stresses when considering the problems within two-dimensional idealization of actual currents.

The existence of turbulent stresses in equations leads to the necessity of approximation with the help of certain ratios and models of turbulence of members of turbulent transportation.

In some cases, only an approximated description of turbulence is sufficient. Thus, in problems of large water masses, the value of turbulent viscosity is accepted as constant [11]. More complex models in such problems do not justify themselves because of significant uncertainty in assigning the boundary conditions and errors in numerical solutions.

To calculate two-dimensional currents, it is necessary to express the magnitudes of tangent and normal turbulent stresses, acting between the jets of two-dimensional currents, through velocity U . The values $\langle \overline{V_i' V_j'} \rangle$, $\langle \overline{V_i^{2'}} \rangle$ will be determined, as accepted in papers [11], based on the Boussinesq hypothesis, and taking turbulent viscosity ν_t as proportional to velocity U , according to [11]:

$$\nu_t = 2\Lambda U, \tag{22}$$

where Λ is the coefficient of turbulent exchange,

$$\Lambda = \frac{h}{2MC};$$

C is the Shezi factor,

$$C = \frac{Q_{f-p}}{B_{f-p} h_{av}^{3/2} I_{x_1}^{1/2}};$$

M is the function of the Shezi factor, at $10 \leq C \leq 60$ $M=0.7C+6$, at $C > 60$ – $M=48$; Q_{f-p} is the discharge of floodplain flow; B_{f-p} is the width of floodplain flow; h_{av} is the average depth of a floodplain flow.

Then, based on the hypothesis of Boussinesq, taking into consideration formula (22) for a two-dimensional problem:

$$\begin{aligned} - \langle \overline{V_1' V_2'} \rangle &= \Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2}, \\ - \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle &= \Lambda \frac{U^2}{h}, \\ - \langle \overline{V_1^{2'}} \rangle &= 2\Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_1}. \end{aligned} \tag{23}$$

To calculate tangent stresses on the bottom, the quadratic law of friction [11] was accepted, taking into account $U_1=U$, $U_2 \approx 0$:

$$\begin{aligned} \left(\overline{V_1' V_3'} \right)_{z_0} &= \frac{C_f \overline{U^2}}{K_\Phi}, \\ \left(\overline{V_2' V_3'} \right)_{z_0} &= 0. \end{aligned} \tag{24}$$

where C_f is the empirical friction factor,

$$C_f = \frac{n^2 g}{h^{1/3}}$$

n is the roughness factor.

For watercourses of arbitrary cross-section, it is necessary to introduce the correction coefficient K_{sh} , taking into account the watercourse shape, to the expression of calculating the local value of the bottom friction force. The relevance of the introduction of K_{sh} coefficient is shown in papers [11, 18]. The value of K_{sh} coefficient is determined from the following dependence:

$$K_{sh} = \frac{C^2}{x_2 V_{av}^2} \int_0^{x_2} \frac{U^2}{C_h^2} dx_2, \quad (25)$$

where V_{av} is the average velocity,

$$V_{av} = Q_{f-p} / B_{f-p},$$

C_h is the Shezi factor by height:

$$C_h = \frac{1}{n} h_{av}^{1/6}. \quad (26)$$

To predict the distribution of depths and velocities, taking into consideration the dependence for turbulent stresses (23), after the transformations, represent steady equations of two-dimensional currents on floodplains with herbal vegetation:

– of longitudinal equilibrium of a flow –

$$\begin{aligned} & [\alpha_h - N_p 2\Lambda] 2U \frac{\partial U}{\partial x_1} = \\ & = - \left(g - N_p \Lambda \frac{U^2}{h} + N_{ch} \langle \bar{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_1} - \\ & - h \left(-N_p \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right) + N_{ch} \frac{\partial \langle \bar{S} \rangle}{\partial x_1} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2} \right) - \left[\frac{C_f}{h K_{sh}} + N_p \alpha_h \right] U^2, \end{aligned} \quad (27)$$

– of transverse equilibrium of a flow –

$$\begin{aligned} & \left(g - N_p \Lambda \frac{U^2}{h} + N_{ch} \langle \bar{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_2} = \\ & = -h \left(-N_p \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right) + N_{ch} \frac{\partial \langle \bar{S} \rangle}{\partial x_2} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2} \right) + N_p \Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2}, \end{aligned} \quad (28)$$

– of continuity equation –

$$\frac{\partial U h}{\partial x_1} = 0. \quad (29)$$

To obtain an unambiguous solution to the considered problem, specifically, to determine the flow depth on a floodplain after a washout, it is necessary to add boundary and initial conditions to the presented closed system of original equations.

4.4. Initial and boundary conditions for the implementation of the proposed mathematical model of a floodplain flow

At the boundaries of the calculation region, in the nodes, adjacent to solid surfaces – dams of a bridge crossing, the dependence for velocity is used as boundary conditions:

$$U_{i,j} = \frac{U_{\tau_{i,j}}}{\kappa} \ln \left((x_2)_c^+ E \right), \quad (30)$$

where E is the roughness coefficient [14]; $U_{\tau_{i,j}}$ is the dynamic velocity on floodplains; κ is the Carman parameter; $(x_2)_c^+$ is the dimensionless distance from the wall [14], determined from the following dependence:

$$(x_2)_c^+ = \frac{\Delta x_2 U_{\tau_{i,j}}}{\nu}. \quad (31)$$

The sticking condition, when the value of flow velocity is accepted as equal to zero, is true directly on the most solid surfaces (dam walls, bridge support), as well as for gentle banks.

The maximum mark of free surface H , both for the case of gentle banks and for the case of vertical walls (steep banks, bridge poles, dams), is determined by means of linear extrapolation [11] according to the values of the marks of the free surface of the internal points of the calculation region:

$$\begin{aligned} & h(x_1, x_2) = \\ & = 2h(x_1, x_2 - 1) - h(x_1, x_2 - 2). \end{aligned} \quad (32)$$

All calculations are carried out accordingly for each branch of flood or freshet for a certain day. Any of the above values Φ_i are calculated by the longitudinal coordinate for the entire calculation section (a series of values), Φ_{ij} are calculated by two coordinates x_1, x_2 as a numerical matrix.

The marks of flow free surface on all calculated cross-sections are determined in a one-dimensional statement based on the equation of steady uneven motion in open watercourses, based on the solution, presented in paper [2]. The proposed approach to solving the problem is based on the method by Y. V. Abramov using the properties of the central jet of a river flow in the artificial compression area. The finite-difference analog of the differential equation, which describes a change in the flow depth, takes the following form:

$$\begin{aligned} & h_i - h_{i-1} = J(l_i - l_{i-1}) - \\ & - JR \left[\left(1 - \frac{l_i}{R} \right)^{-1} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R} \right)^{-1} \right] \pm \\ & \pm \frac{J h_r^{4/3} m^2}{2g} \left[\left(1 - \frac{l_i}{R} \right)^{-2} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R} \right)^{-2} \right], \end{aligned} \quad (33)$$

where J is the longitudinal inclination of the bottom; m is the inverse magnitude to the coefficient of watercourse roughness n , $m = \frac{1}{n}$; R is the parameter of the central jet; h_r is the watercourse depth, m ; l_i is the longitudinal coordinate of calculation section, m ; g is the free fall acceleration, m/s^2 . Initial conditions: $h=h_0$ at $l=0$; $h=h_i$ at $l=l_i$.

4. 5. The sequence of calculation of deformations on floodplains of a plain river in the area of influence of a bridge crossing

The proposed system of equations (27) to (29) in conjunction with boundary conditions (30) to (33) is solved in the following sequence:

1. Source data for a floodplain flow, if necessary, their calculation, constants, boundary conditions, are entered. The data are shown in Table 1. In order to reduce the source information volume, we introduce interpolation polynomials, which make it possible to shorten it by 2–3 times.

2. The parameters of the calculation region, determined by the area of influence of a bridge crossing, are determined. Substantiation of the boundaries of compression and spreading zones, plotting a curve of free surface on bridge crossings, the transformation of riverbed discharge at bridge crossings are performed using the calculation methods proposed in research [15].

The values of the curve of free surface of a river flow in the area of influence of a bridge crossing are calculated according to the equation (33). The calculations are performed from the bottom up, starting with the section of complete spreading, where all hydraulic flow characteristics are known, because they have natural values, the third summand of the equation (33) is taken with the “+” sign. In this case, $l_{i-1}=0$ and l_i varies from 0 to l_{z_s} in the spreading zone. The magnitude of the parameter of the central jet in the spreading zone is $R=R_{z_s}$. The magnitude of the sub-bridge support corresponds to value $l_i=l_{z_s}$.

Having reached the bridge section, in order to continue calculation in the compression zone, it is necessary to replace the sign before the third summand with “-“, give the value of the resulting depth under a bridge to magnitude h_{i-1} , to accept the distance $l_{i-1}=0$ and to change the magnitude of the central jet parameter in the compression area $R=R_{z_c}$. Value l_i varies from 0 to l_{z_c} of the magnitude that is the distance from a bridge to the beginning of a compression zone, where full support under a bridge is formed.

Based on equation (33), calculate the inclination of a river flow free surface:

$$\begin{aligned}
 I_{x_i} &= \frac{h_i - h_{i-1}}{l_i - l_{i-1}} = \\
 &= J - \frac{JR}{l_i - l_{i-1}} \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-1} \right] \pm \\
 &\pm \frac{Jh_i^{4/3} n^{-2}}{2g(l_i - l_{i-1})} \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-2} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-2} \right]. \tag{34}
 \end{aligned}$$

3. After obtaining parameters of the calculation zone in the first approximation, the calculation based on the specified source data is carried out: two-dimensional matrices of the marks of the bottom and free surface of a river flow. These matrices describe the configuration of the bottom and the free surface in complete accordance with the real conditions. The distribution of velocities and depths in estimated sections in floodplain areas is calculated by finite-difference analogs of equations (27), (28).

Using iterations, longitudinal velocity in a steady floodplain flow with vegetation elements is determined.

On floodplain flows, it is possible to accept $\frac{\partial h}{\partial x_1} = 0$ and carry out calculations according to simplified equations:

$$\begin{aligned}
 U_{i+1,j} &= U_{i,j} - \frac{\Delta x_1}{[\alpha_h - N_p 2\Lambda] 2U_{i,j}} \times \\
 &\times \left[h_{i,j} \left[-\frac{N_p}{\Delta x_1} \left[\left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i+1,j} - \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j} \right] + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + N_{Ch} \frac{\langle \bar{S} \rangle_{i+1,j} - \langle \bar{S} \rangle_{i,j}}{\Delta x_1} \right] - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{\Delta x_2^2} \left[\Lambda_{i,j} (U^2)_{i,j+1} - (\Lambda_{i,j} + \Lambda_{i,j-1}) \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times (U^2)_{i,j} + \Lambda_{i,j-1} (U^2)_{i,j-1} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + \left[\frac{C_f}{h_{i,j} K_{sh}} + \alpha_h N_p \right] (U^2)_{i,j} \right].
 \end{aligned}$$

The depth distribution in transverse cross-sections of a floodplain flow is determined:

$$\begin{aligned}
 h_{i,j+1} &= h_{i,j} - \frac{\Delta x_2}{g - N_p \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j} + N_{Ch} \langle \bar{S} \rangle_{i,j}} \times \\
 &\times \left[h_{i,j} \left[-\frac{N_p}{\Delta x_2} \left[\left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j+1} - \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j} \right] + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + N_{Ch} \frac{\langle \bar{S} \rangle_{i,j+1} - \langle \bar{S} \rangle_{i,j}}{\Delta x_2} \right] - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2\Delta x_1 \Delta x_2} \left[\Lambda_{i+1,j} \left((U^2)_{i+1,j+1} - (U^2)_{i+1,j-1} \right) - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \Lambda_{i,j} \left((U^2)_{i,j+1} - (U^2)_{i,j-1} \right) \right] - \right. \\
 &\quad \left. - N_p \Lambda_{i,j} \frac{(U^2)_{i,j+1} - (U^2)_{i,j}}{\Delta x_2} \right]. \tag{35}
 \end{aligned}$$

Boundary conditions near the jet-directed dams are calculated from dependence (32).

Depths after washout are determined from the following ratio:

$$h_{i,j}^{n+1} = \frac{h_{i,j}^n U_{i,j}}{U_{fl-fi,j}}, \tag{36}$$

where $U_{fl-fi,j}$ is the flood-free soil velocity.

The continuity condition is verified according to (29). During verification of the continuity condition, specific flow discharge on verticals $q_{f-pij} = U_{i,j} \cdot h_{ij}$ is calculated. After that, complete discharge is calculated by summing specific discharges for each transverse cross-section and multiplying by the width of the calculation band

$$Q_{f-pi} = \sum_j q_{f-pij} \cdot \Delta B,$$

where $\Delta B = x_{2i} - x_{21}$. Coefficients

$$k_i = \frac{Q_{f-pi}}{Q_{f-p0}}$$

where Q_{f-p0} is the discharge in the initial section, are calculated. Velocities

$$U_{i,j}^I = \frac{U_{i,j}^I}{k_i},$$

where I, II are the numbers of corresponding approximations, are adjusted. In calculations, velocities are adjusted twice. It is necessary to verify the continuity condition, calculating specific discharges

$$q_{f-pij} = U_{i,j} \cdot h_{ij}.$$

Velocities

$$U_{i,j}^{II} = \frac{U_{i,j}^I}{k_i}$$

are calculated again. Specific discharges are calculated by corrected velocities, the coefficients that must be equal to unity are found again. If necessary, it is possible to increase the number of iteration cycles for verification of arrays of magnitudes. The final verification is performed by the discrete analog of equation (29):

$$(U \cdot h)_{i,j} = \frac{(U \cdot h)_{i+1,j}}{\Delta x_1}. \tag{37}$$

The longitudinal inclination of the water surface of a floodplain is re-calculated:

$$I_{x_1} = \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{\Delta x_1}. \tag{38}$$

Then we recalculate in the following approximation the magnitudes of discharge of floodplain flows in the compression and spreading area; coefficient, which takes into consideration uneven vertical distribution of velocity; coefficient of turbulent exchange; coefficient, which takes into consideration resistance of vegetation elements on the floodplain; the averaged turbidity over vertical $\langle \bar{S} \rangle$. Longitudinal velocity in a steady floodplain flow with vegetation elements and depth distribution in transverse cross-sections of a floodplain flow are determined by iterations until the continuity condition is met. The matrix of marks of the surface of floodplain bottom relief on the calculation region Z_{f-p} and the matrix of depths of floodplain flow h_{f-p} are updated after each step of high waters.

5. Results of calculation of washouts on floodplains in the area of influence of a bridge crossing

Calculation of general and maximal washout was carried out on the floodplain sections of the sub-bridge watercourse on the River Seversky Donets near the village of Brusivka on motor road T-05-14, km 83+575, Donetsk oblast (Ukraine). The floodplain is mainly 2-sided, alternating on the banks. The soils are silt-sandy and clay, peat on watermarked areas. Every year during spring flood and rain freshets, the floodplain is flooded to the depth from 0.5 m to 3.3 m for 1–2 weeks, the water remains in lowlands for 1–3 months. The designed motor road bridge crosses the river Siversky Donets at the angle of 26° and has a length of 297 m.

5. 1. Calculation of the position of a curve of the free surface of river flow in the area of influence of a bridge crossing

To carry out the calculation, we collect the source data, which are shown in Tables 1, 2. Then the parameters of the zone of influence of a bridge crossing were determined: the length of the compression zone and of the spreading zone.

Table 1

Source data of calculation

No by order	Parameter	Designation	Measurement unit	Notes (in what form it is assigned)
1	Longitudinal inclination of the bottom	J	–	0.00018
2	Average mark of watercourse bottom	Z_r	M	143.7
3	Average mark of floodplain bottom	Z_{f-p}	M	146.64
4	Free fall acceleration	g	m/s ²	9.81
5	Width of river spreading	B_{riv}	m	466.3
6	Average width of watercourse	B_r	m	58.11
7	Average width of a larger floodplain	b_{f-pb}	m	212.26
8	Average width of a smaller floodplain	b_{f-ps}	m	149.08
9	Coefficient of roughness on floodplains	n	–	0.067
10	Width of a bridge crossing port	B_{br}	m	267

Table 2

Source parameters of calculation region

Day	Total discharge of river Q_{riv} , m ³	Water-course discharge Q_r , m ³	Level of river surface, H , m	Water-course depth, h_r , m	Floodplain depth h_{f-p} , m
1.2	448	207.65	147.24	3.54	0.6
4	506	215	147.5	3.8	0.86
8.4	864	293.32	147.98	4.28	1.34
13.6	1193	368.08	148.27	4.57	1.63
18.8	1658	465.03	148.62	4.92	1.98
24.6	1992	534.73	148.83	5.13	2.19

Fig. 1, 2 show in first approximation the depth in the area of influence of a bridge crossing and inclination of the free surface of river flow. At steps 10 and 11, it is possible to see clearly a change in depth and inclination in the bridge crossing section.

Table 3

Calculated parameters of the estimation region

Day	Natural specific discharge of floodplains, q_{f-p} , m	Compression coefficient β_{br}	Length of influence of bridge crossing R_{z-br} , m	Froude number F_r	Value of complete support, ξ	Length of compression zone l_{z-c} , m	Length of spreading zone l_{z-s} , m	Parameters of central jet in spreading zone R_{z-s} , m	Parameters of central jet in compression zone R_{z-c} , m
1.2	0.589	1.355	1,194.8	0.01061	0.794	245.7	949.1	3,621.6	937.5
4	0.713	1.391	1,349.2	0.0095	0.823	239.5	1,109.8	3,950.5	852.4
8.4	1.398	1.476	1,673.6	0.01578	0.7232	464.4	1,209.3	3,748.1	1,439.3
13.6	2.021	1.51	1,842.2	0.0224	0.613	713.7	1,128.6	3,341.3	2,112.9
18.8	2.923	1.542	2,035.0	0.0314	0.464	1,090.3	944.7	2,687.9	3,102.1
24.6	3.57	1.556	2,144.3	0.0379	0.355	1,382.0	762.3	2,133.2	3,867.5

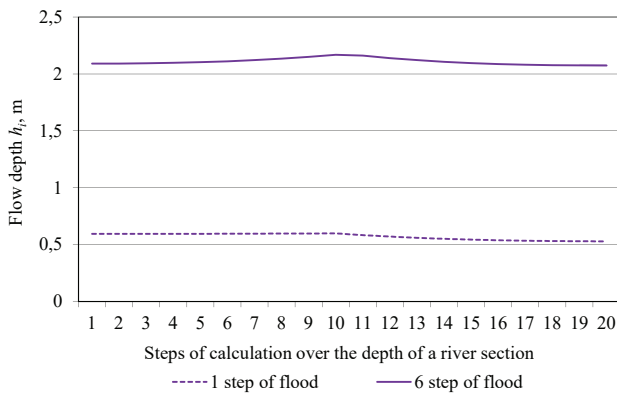


Fig. 1. Calculation of flow depths h_i (1–10 steps – compression zone, 11–20 steps – flow spreading zone)

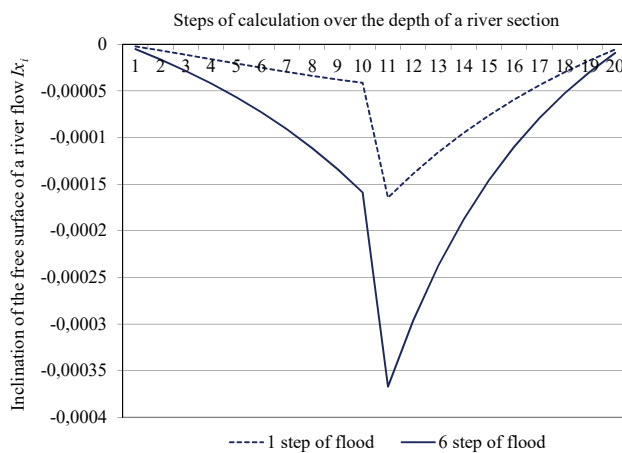


Fig. 2. Calculation of inclination of the free surface of a river flow Ix_i (1–10 steps – compression zone, 11–20 steps – flow spreading zone)

The obtained initial conditions over the length of the estimated section (Fig. 1, 2) in conjunction with boundary conditions (30) to (33) make it possible to solve the proposed system of equations (27) to (29).

5. 2. Calculation of deformations on floodplains in the zone of influence of a bridge crossing

Based on the determined initial conditions (Fig. 1, 2) and initial marks of the surface and river flow depths (Fig. 3, 4), the calculation was carried out on the section of the river

Siversky Donets of the length of 220 m, of the width of 540 m. The solution was obtained based on the source data given in Table 4.

We determined the hydrodynamic parameters of floodplain flows from average velocity (Fig. 5), to meet continuity conditions, to calculation of depths in transverse cross-sections (Fig. 6) and marks of the bottom area after the flood at the calculation steps (Fig. 7).

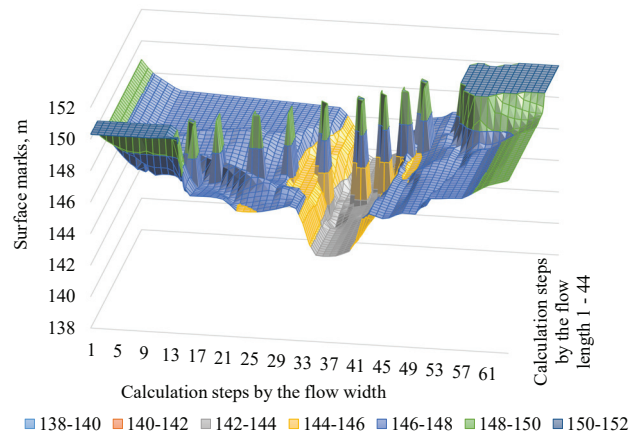


Fig. 3. Initial marks of surface Z_{f-p} of relief of watercourse flow bottom and floodplains on the calculation region before a flood

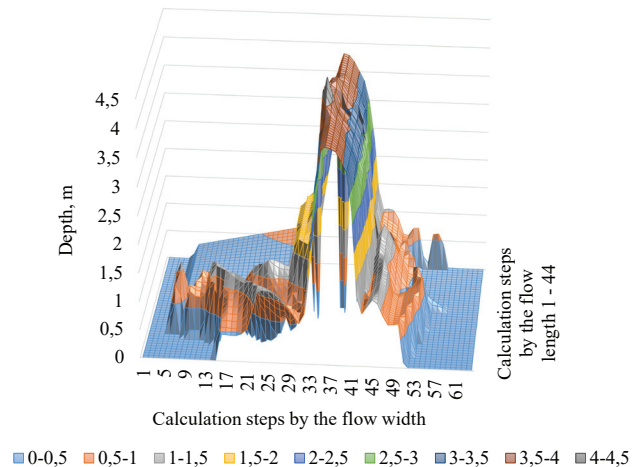


Fig. 4. Initial depth of river flow on the calculation region

Table 4

Source data for calculation of the distribution of longitudinal velocities and depths of the floodplain flow

No. of entry	Parameter	Designation	Measurement unit	Notes (in what form it is assigned)
1	Coefficient of kinematic viscosity of water (depending on water temperature)	ν	m ² /s	115·10 ⁻⁸
2	Density of river flow water	ρ_{LS}	kg/m ³	998
3	Carman parameter	κ	–	0.435
4	Average or medial diameter of soil fraction	d_m	mm	0.41
5	Density of bottom soil	ρ_s	kg/m ³	2,620
6	Hydraulic velocity	W_z	m/s	0.185 (determined through calculation)
7	Cohesion of soil in the state of complete water saturation	C_{Ch}	kg/m ²	0.19
8	Function of Shezi factor	M	–	at $10 \leq C \leq 60$ $M=0,7C+6$, at $C > 60$ – $M=48$
9	Coefficient to determine cohesion force	k_{Ch}	–	0.035
10	First coefficient of a form of particle of alluvium	$C_{\Phi 1}$	–	$\pi/6$
11	Coefficient of resistance to vegetation	C_X	–	0.4
12	Height of vegetation	h_{veg}	m	1.5
13	Diameter of the plant stem, that is flown around	D_{st}	m	7·10 ⁻³
14	Part of the plant stem that is flown around vertically	Δz_{st}	M	if $h_{veg} > h_{f-p}$, then $\Delta z_{st} = h_{f-p}$, if $h_{veg} < h_{f-p}$, then $\Delta z_{st} = h_{veg}$.

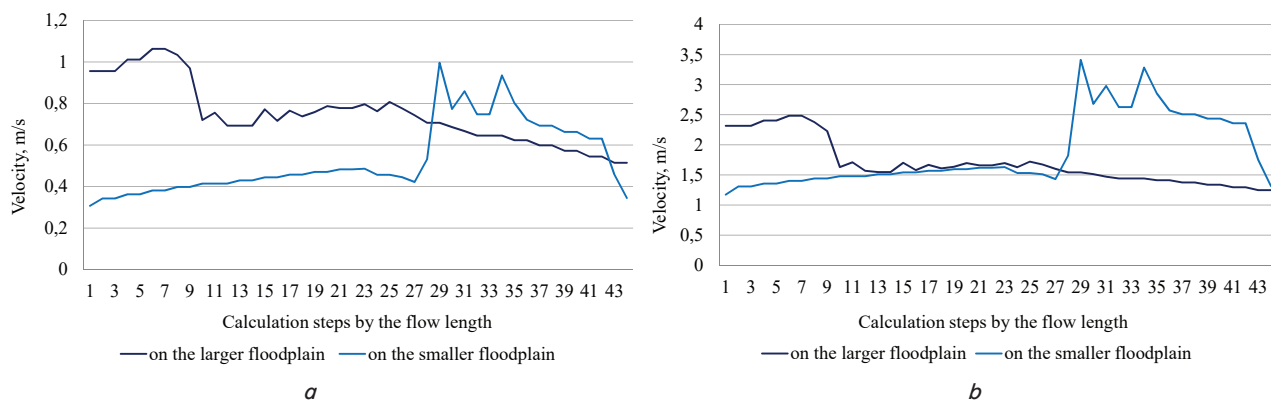


Fig. 5. Calculation of average velocity of floodplain flow $V_{f-pb(s)avi}$; a – after step 1 of the estimated flood; b – after step 6 of the estimated flood

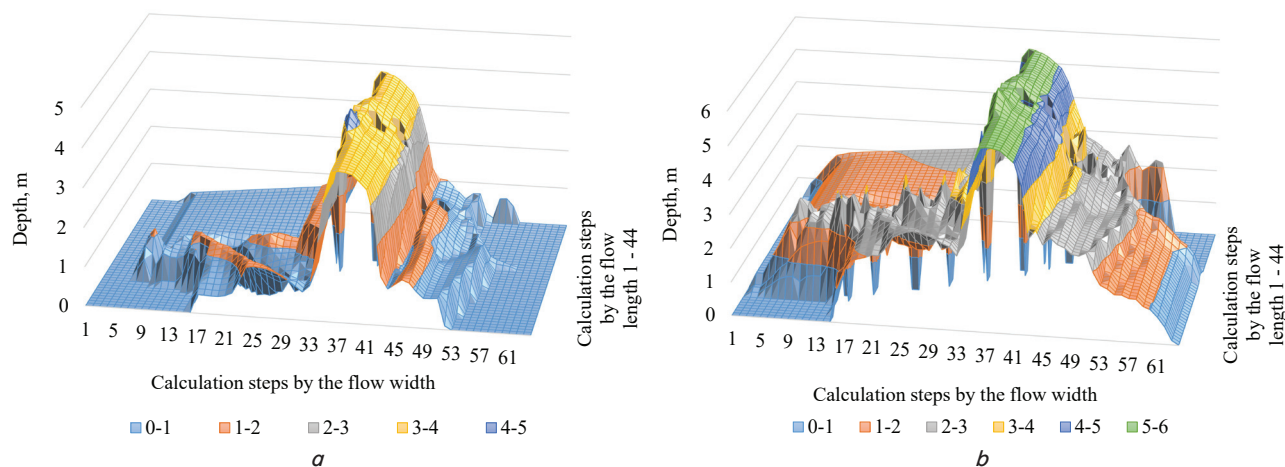


Fig. 6. Calculation of depth in transverse cross-sections of floodplain flow $h_{i,j}$; a – after step 1 of the estimated flood; b – after step 6 of the estimated flood

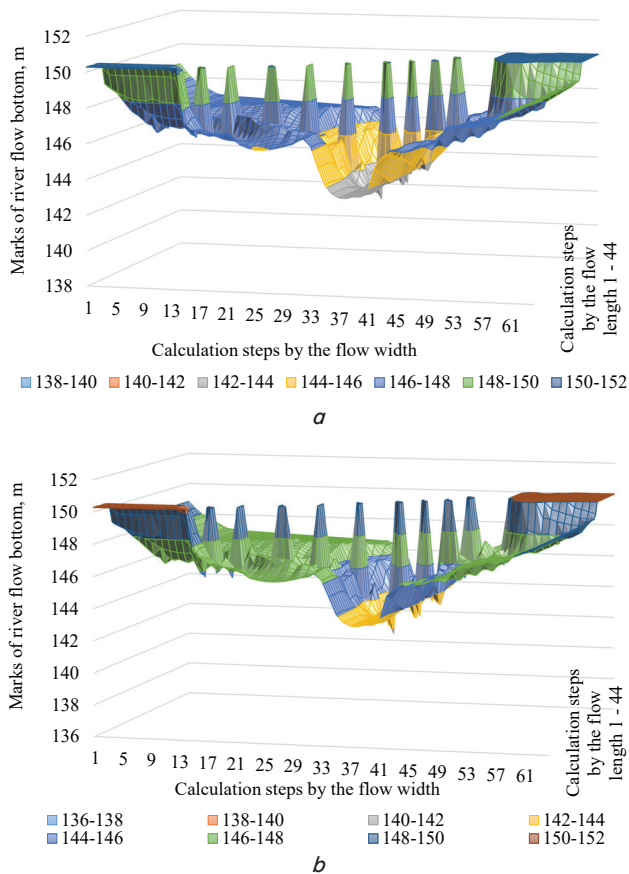


Fig. 7. Marks of the surface of floodplain bottom relief:
 a – after step 1 of the estimated flood;
 b – after step 6 of the estimated flood

The washout of the watercourse of the river Seversky Donets stops only at the recession of a spring flood after the 6th calculation step by the source hydrograph. According to the calculations carried out using this method, when compared with the initial marks, the washout of the larger floodplain is $h_p=0.96$ m, the washout of the smaller floodplain is $h_p=1.28$ m.

6. Discussion of results of calculation of deformations on floodplains in the area of bridge crossing influence

The mathematical model of the floodplain flow is based on general equations for the transfer of a non-homogeneous flow and continuity equation (3) to (6). The model form of equations was obtained based on the assumption of the smallness of particles and smallness of flow acceleration in comparison with gravity acceleration. Transfer equations (27), (28) take into account the law of distribution of averaged vertical hydrostatic pressure (11), which gives the following advantages: a direct dependence between pressure and velocity, the existence of flow depth. The developed equations of a floodplain flow take into consideration in their composition the distribution of suspended alluvium due to average turbidity, the cohesion force of fine-grained soils and the force of resistance to vegetation (18).

To solve specific applied tasks and obtain, consequently, an unambiguous solution, the initial and boundary conditions throughout the entire numerical region (30) and (32) to (34) were substantiated and stated. The depth of a flood-

plain flow after a washout is determined based on the ratios of actual and flood-free velocities (36).

The proposed approach makes it possible to determine the parameters of the zone of influence of a bridge crossing in a two-dimensional statement (Fig. 1, 2), and to meet continuity conditions, to calculate average velocity on each floodplain. Determined initial and boundary conditions are the basis for the realization of finite-difference analogs of transfer equations (34), (35). In accordance with this, the data arrays of depths in transverse cross-sections of a flow (Fig. 6) and the marks of the surface of floodplain relief (Fig. 7) were obtained, which makes it possible to provide an accurate forecast of the development of deformation processes.

The developed mathematical model makes it possible to take into consideration the peculiarities of floodplain areas with regard to vegetation and alluvium distribution, it enables determining the actual distribution of velocity structure in the layer of plants of heterogeneous flow and deformations on floodplains.

The proposed approaches [7–10] to studying the processes of floodplain flow formation correspond to their natural state, rather than the artificially compressed state. The presented results of the numerical experiment allow studying the development of deformations on floodplains, in particular, in the zone of influence of a bridge crossing taking into consideration peculiarities of relief and interaction with the watercourse flow on actual objects of transport facilities.

The next step in the authors' research is to determine the parameters of maximum washout, taking into consideration in the model equation the resistance force at flowing around the bridge poles. This will make it possible to provide a complete forecast of deformation development on floodplains in the area of influence of a bridge crossing when designing road facilities and structures on plain and foothill sections of rivers.

7. Conclusions

1. In order to take into consideration the peculiarities of the formation of floodplain flows, we used an approach, according to which the vertical distribution of velocity fields is determined concerning distributed force acting in the vegetation layer. A significant influence of resistance of break-off of fine-grained soil grains on dynamics of a floodplain flow was taken into consideration. Appropriate dependences were obtained for the constituent elements of resistance to vegetation and soil cohesion.

2. The geomorphometry of floodplain sections is characterized by the existence of considerable vegetation, alluvium from previous floods and freshets and causes genetic dissimilarity with watercourses. The flowing over vegetation by a flow in floodplain areas of bridge crossings creates specific conditions for the transfer of both convective, and turbulent characteristics of a current. To take into consideration these conditions, the two-dimensional mathematical model of the suspended flow with grass vegetation for forecasting the distribution of depths and velocities on a floodplain was proposed.

The proposed mathematical model makes it possible to obtain the distribution of depth-averaged velocities in compliance with the pressure field in a two-dimensional statement. This greatly simplifies its implementation and meets

the conditions of problems of the shallow water theory for artificially compressed open flows.

3. The formulated and calculated initial and boundary conditions for the river Siversky Donets provide an opportunity to obtain parameters of the zone of influence of a bridge crossing and depth distribution in the first approximation and a change of a free surface inclination. The consideration of characteristic features of floodplain flow motion makes it possible to carry out the numerical implementation of the proposed mathematical model by iterative methods of calculation of hydrodynamic characteristics on the determined length of a river flow in compliance with continuity conditions. At the beginning of a spring flood, after the first, according to a source hydrographer, estimated step in first approximation, the average depth of a river flow varies in the range from 0.598 to 0.529 m. During flood recession, after the 6th step, it ranged from 2.16 m to 2.09 m.

4. The proposed method for calculation of washouts on floodplains is based on specific features of open artificially compressed flows in the area of influence of a bridge crossing. This method makes it possible to take into consideration

a significant influence of resistance from vegetation elements and resistance of soil grains break-off during a washout on the dynamics of a floodplain flow. The depth of the washout of the floodplain area was determined based on the ratio of actual and flood-free velocities.

Calculation after each step of the estimated flood was performed based on clarified source data, which describe the bottom and free surface configuration in full accordance with actual conditions. The determined hydrodynamic indicators of floodplain flows of the river Siversky Donets during flood recession vary in quite a wide range. The maximum average velocity on a larger floodplain is 2.68 m/s, at a smaller floodplain – 3.41 m/s. The maximum depth of water flow in transverse cross-sections, both on the larger, and the smaller floodplains can reach up to 3 m, and the difference of maximum values of washouts of the bottom region is 0.32 m. A higher value of the washout magnitude after performing the calculations on the river Siversky Donets was determined on a smaller floodplain that has a lower throughput capacity and more compression, which meets actual conditions.

References

1. Slavinska, O., Stozhka, V., Kharchenko, A., Bubela, A., Kvatadze, A. (2019). Development of a model of the weight of motor roads parameters as part of the information and management system of monetary evaluation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (3 (97)), 46–59. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.156519>
2. Yoon, K., Lee, S., Hong, S. (2019). Time-Averaged Turbulent Velocity Flow Field through the Various Bridge Contractions during Large Flooding. *Water*, 11 (1), 143. doi: <https://doi.org/10.3390/w11010143>
3. Dragičević, S., Živković, N., Novković, I., Petrović, A., Tošić, R., Milevski, I. (2016). Hydrological and suspended sediment regime in the Kolubara River during the extreme year of 2014. *Revista de Geomorfologie*, 18 (1), 32–46. doi: <https://doi.org/10.21094/rg.2016.054>
4. Lewin, J., Ashworth, P. J. (2014). The negative relief of large river floodplains. *Earth-Science Reviews*, 129, 1–23. doi: <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2013.10.014>
5. Iwasaki, T., Shimizu, Y., Kimura, I. (2016). Numerical simulation of bar and bank erosion in a vegetated floodplain: A case study in the Otofuke River. *Advances in Water Resources*, 93, 118–134. doi: <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2015.02.001>
6. Brown, R. A., Pasternack, G. B. (2019). How to build a digital river. *Earth-Science Reviews*, 194, 283–305. doi: <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2019.04.028>
7. Vargas-Luna, A., Duró, G., Crosato, A., Uijttewaal, W. (2019). Morphological Adaptation of River Channels to Vegetation Establishment: A Laboratory Study. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 124 (7), 1981–1995. doi: <https://doi.org/10.1029/2018jf004878>
8. Konsoer, K., Rhoads, B., Best, J., Langendoen, E., Ursic, M., Abad, J., Garcia, M. (2017). Length scales and statistical characteristics of outer bank roughness for large elongate meander bends: The influence of bank material properties, floodplain vegetation and flow inundation. *Earth Surface Processes and Landforms*, 42 (13), 2024–2037. doi: <https://doi.org/10.1002/esp.4169>
9. Crosato, A., Saleh, M. S. (2010). Numerical study on the effects of floodplain vegetation on river planform style. *Earth Surface Processes and Landforms*, 36 (6), 711–720. doi: <https://doi.org/10.1002/esp.2088>
10. Västilä, K., Järvelä, J. (2017). Characterizing natural riparian vegetation for modeling of flow and suspended sediment transport. *Journal of Soils and Sediments*, 18 (10), 3114–3130. doi: <https://doi.org/10.1007/s11368-017-1776-3>
11. Savenko, V. Ya. (1995). *Matematicheskie modeli i metody rascheta kvazitrehmernykh beznapornykh potokov*. Kyiv: Tekhnika, 184.
12. Clavinska, O. S. (2011). Metod prohnozuvannya zahalnykh i mistsevykh deformatsiy pidmostovykh rusel z urakhuvanniam protsesiv u prydonniy oblasti. *Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstvo*, 81, 123–135. Available at: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/81/123-135.pdf
13. Gaev, E. A., Nikitin, I. K. (1982). *Gidrodinamika potoka pri nalichii legko pronitsaemoy sherohovatosti. Laminarnyy rezhim. Gidromehanika*, 45, 65–73.
14. Savenko, V. Ya., Slavinskaya, E. S. (2004). *Modelirovanie protsessov razvitiya vnutrennih techeniy s uchedom anizotropii otkrytykh turbulentnykh potokov*. Kyiv: NTU, 176.
15. Tkachuk, S. H. (2004). *Prohnozuvannya ruslovykh deformatsiy na mostovykh perekhodakh. Ch. 3-4*. Kyiv: NTU, 98.